第 一 卷

第一章 运动中的原子

参阅《费曼物理学讲义》第一卷中的第一至第三章，运用这几章中叙述的概念及你自己的经验和想象分析下列习题。在大部分情况下，不要求精确的数字结果。

A-1 如果热仅只是分子的运动，那么一个热的、静止的棒球和一个冷的、快速运动的棒球之间的区别是什么？

A-2 如果所有物体的原子都处于不停的运动中，为何会存在象化石印痕这样的永恒物体？

A-3 定性地解释在一个运动的机器中，摩擦为什么会产生热？又是如何产生的？并尽量解释为什么热不能通过相反的过程产生有用的运动？

A-4 化学家发现橡胶分子是由原子的十字形长链组成的，请解释为什么当一条橡皮带被拉伸时会变热。

A-5 当加热一条悬挂重物的橡皮带时，橡皮带会有什么变化？（解答并试验之。）

A-6 你能否解释为什么不存在正五边形的晶体？（三角形、正方形和六边形是晶体的常有的形状。）

B-1 有一体积为 V 的容器和许多个直径均为 d 的钢球，容器的每个线度均比一个球的直径大得多，试求能够放入容器的最大球数是多少？

B-2 气体的压强 p 如何随每单位体积的原子数 n 和原子的平均速率 v 而变化？（p 应该正比于 n 及(或) v，还是比线性变化快些或慢些？）

B-3 一般空气的密度约为 $0.001\,g\cdot cm^{-3}$，而液态的空气密度约为 $1.0\,g\cdot cm^{-3}$。

a) 计算每立方厘米的一般空气和每立方厘米的液态空气中，各有多少个空气分子。

b) 计算一个空气分子的质量。

c) 计算在标准温度和压强下，一个空气分子在相继碰撞之间通过的平均距离。这个距离称为平均自由程。

d) 计算真空系统应该在什么压强(用标准大气压表示)下工作，平均自由程约为一米。

B-4 一准直平行钾(K)原子束的强度被一层 1.0 mm 厚、压强为 6.0×10^{-4} mm Hg (0.08 Pa) 的氩(Ar)原子气体减弱 80%。计算每个氩原子的有效靶面积。

B-5 X-射线衍射的研究指出，NaCl 晶体呈立方晶格，相邻原子间距为 2.820 Å (0.2820 nm)。查阅 NaCl 的密度和分子量，计算阿伏伽德罗数 N_0。(这是测量 N_0 的最精确的实验方法之一。)

B-6 玻特伍德(Boltwood)和卢瑟福(Rutherford)发现，当镭和它的蜕变产物相平衡

时，每克镭每秒内产生 1.36×10^{10} 个氦原子，他们还测得在标准温度、压强下，192 mg 镭的蜕变每天产生 $0.0824\,mm^3$ 的氦。用这些数据计算：

a) 在标准温度、压强下，每立方厘米氦气的原子数。

b) 阿伏伽德罗常数。

C-1 瑞利(Rayleigh)发现 0.81 mg 的橄榄油在水面上产生一直径为 84 cm 的单分子层。由此得出阿伏伽德罗数是多少？

* 近似的成分 $H(CH_2)_{18}COOH$ 形成线链，密度为 $0.8\,g\cdot cm^{-3}$ 参考：Rayleigh, Proc. Roy. Soc. **47**, 364(1890).

C-2 约在 1860 年，麦克斯韦(Maxwell)指出，气体的粘滞系数可写成：

$$\eta=\frac{1}{3}\rho vl$$

式中 ρ 为密度，v 为平均速率，l 为平均自由程。在更早些时，他曾得出 $l=1/(\sqrt{2}\,\pi N_g\sigma^2)$，其中 σ 为分子的直径。洛希密脱(Loschmidt)用测得的 η、ρ(气体)和 ρ(固体)连同焦耳(Joule)计算得的 v 来求在标准温度、压强下，每立方厘米气体中的分子数 N_g。他把分子看成是紧密堆在固体中的许多硬球。已知标准温度、压强下空气的 $\eta=2.0\times10^{-4}\,g\cdot cm^{-1}s^{-1}$、$\rho$(液体)$\approx1\,g\cdot cm^{-3}$、$\rho$(气体)$\approx1\times10^{-3}\,g\cdot cm^{-3}$、$v\approx500\,m\cdot s^{-1}$，试计算 N_g。

C-3 一满杯水放在加里福尼亚州某个户外窗台上。

a) 试想水全部蒸发完要用多长时间？

b) 在这种蒸发速率下，每秒每平方厘米有多少水分子离开水杯？

c) 如果 a) 中的答案和地球上的平均降雨量有联系，试简要加以讨论。

C-4 午后雷阵雨的一个雨滴落在一块古生代泥地上，它留下了一个印痕。后来这雨滴被一个又热又渴的地质学大学生当作化石拾起。当他喝干他水壶里的水后，便想知道那滴古老的雨滴有多少水分子，用你已知的数据计算这个数。(可对必要的未知情况做合理的假设。)

第二章 能量守恒 静力学

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四章。

1. 应用虚功原理建立不等臂平衡秤的公式：

$$W_1l_1=W_2l_2$$

(见图 1·2·1，忽略横梁的重量。)

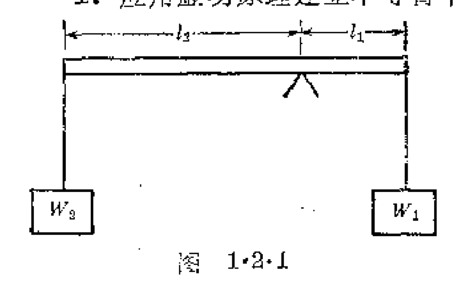


图 1·2·1

2. 把前题的公式推广为包含许多重物的情况，这些重物悬在距支点不同的距离上：

$$\sum_i W_il_i=0$$

(在支点一边的距离为正，而另一边则为负。)

3. 一个物体受到 n 个力的作用，而且处于静平衡状态，用虚功原理证明：

a) 当 $n=1$ 时，力的大小应当为零。(无意义的情况。)

b) 当 $n=2$ 时，两个力的大小相等，方向相反并且作用在一条直线上。

c) 当 $n=3$ 时，这些力应当是共平面的，而且它们的作用线相交于一点。

d）对于任意数 n，某一力 F_i 的大小乘以该力与任意确定直线之间的夹角 Δ_i 的余弦，其积的 n 项和必为零：

$$\sum_{i}^{n} F_i \cos \Delta_i = 0$$

4．在无摩擦的情况下，运用虚功原理，有关静平衡问题可以化为纯几何问题：当一点移动某一距离时，另一点向何处移动？如果运用三角形的以下特性，这个问题在很多情况下是容易回答的。

a）如图 1·2·2 所示，如果三角形的两个边长 d_1、d_2 保持不变，而角 α 有一个小的改变量 $\Delta\alpha$，则对边 L 有一个改变量

$$\Delta L = \frac{d_1 d_2}{L} \sin \alpha \, \Delta\alpha$$

b）假如直角三角形的三边 a、b、c 长度的改变微量为 Δa、Δb 和 Δc，则 $a\Delta a + b\,\Delta b = c\,\Delta c$（$c$ 是斜边）。证明这些公式。

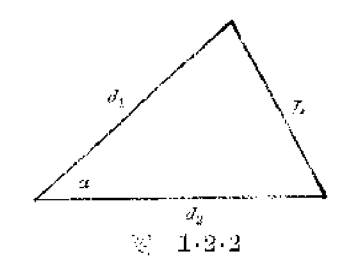


图 1·2·2

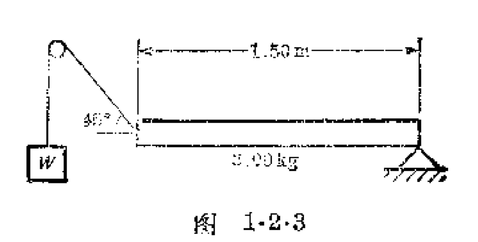


图 1·2·3

A-1　一均匀平板长为 1.50 m，重量为 3.00 kg，其一端安放在支撑轴上。此板用重物和滑轮装置悬挂，平衡在水平位置上，如图 1·2·3 所示。求为使木板平衡所必需的重量 W，忽略摩擦。

A-2　一个半径为 3.00 cm，重量为 1.00 kg 的球，放在和水平方向成 α 角的平板上，同时也和竖直墙相切，如图 1·2·4。忽略两个面的摩擦，试求此球压在每个板上的力。

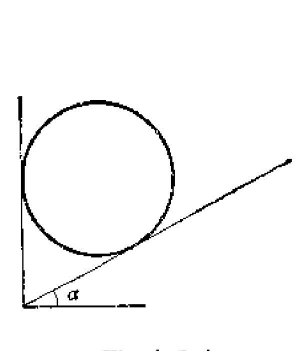


图 1·2·4

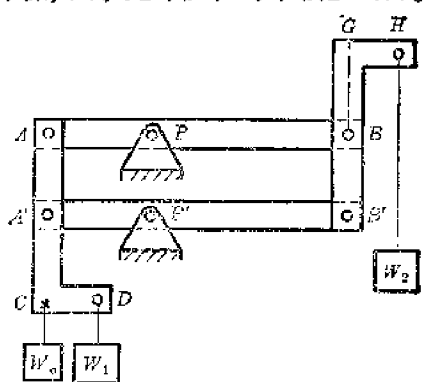


图 1·2·5

A-3　具有活动连接点的平行四边形框架 $AA'BB'$ 安装在枢轴 P 及 P' 上（在竖直平面内）。枢轴 A、A'、B、B'、P 和 P' 处的栓钉上的摩擦可以忽略。构件 $AA'CD$ 和 $B'BGH$ 是刚性的，而且尺寸相同，$AP = A'P' = \frac{1}{2} PB = \frac{1}{2} P'B'$，当不加负载 W_1 和 W_2 时，砝码 W_0 使框架处于平衡状态。如果一个重 0.5 kg 的重物 W_1 悬挂在 D 点，为了取得平衡，悬挂在 H 点的重物 W_2 应为多重？

A-4　图1·2·6所示装置处于静平衡状态，用虚功原理求 A 和 B 的重量。忽略绳子重量和滑轮上的摩擦。

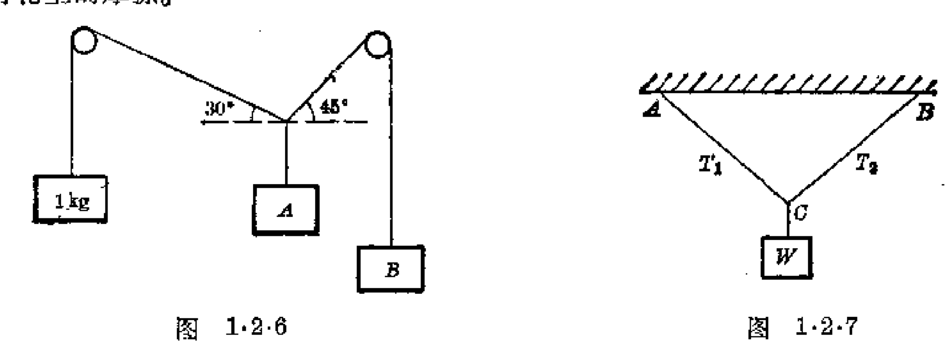


图　1·2·6　　　　　　　　　　图　1·2·7

A-5　重物 $W=22.68\mathrm{kg}$，如图1·2·7所示，悬挂在金属丝 AOB 的中点。$AC=CB=1.52\mathrm{m}$，$AB=2.16\mathrm{m}$。求金属丝中的张力。

A-6　图1·2·8中的桁架用轻铝杆在各端点铰接制成，于 O 处有一个可在光滑平面上滑动的滚轮。当一个工人在杆 AB 上用汽焊加热时，观察到一长度增量 x，因而负载 W 在竖直方向有一移动量 y。

a) W 的移动向上还是向下？

b) 试求作用在杆 AB 上的力(包括取向，即：是张力还是压力)。

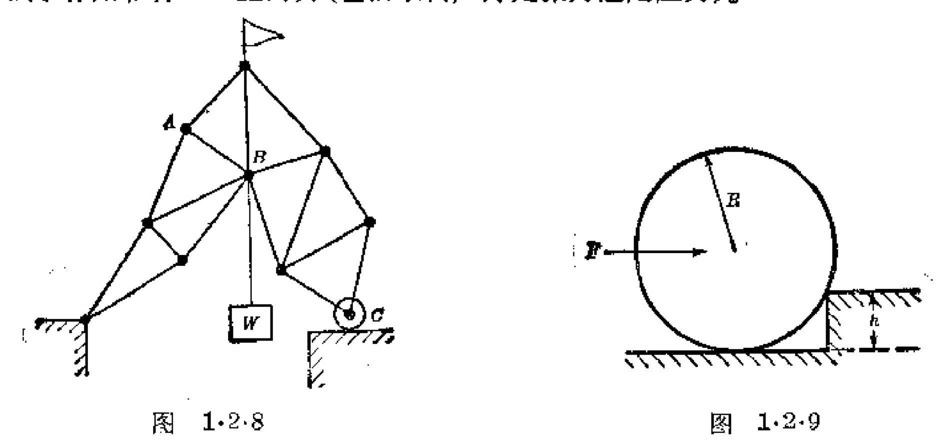


图　1·2·8　　　　　　　　　　图　1·2·9

A-7　为了把图1·2·9所示重量为 W，半径为 R 的轮子推到高为 h 的障碍物上，需要多大的水平力 F？

A-8　一个直径为 D 的水平转台，安装在摩擦可以忽略的轴承上(见图1·2·10)．在转台平面内，有二大小相等、彼此平行、而方向相反的水平力作用在转台直径两端的边缘上。问：

a) 什么力作用在轴承上？

b) 对于通过中点 O 的竖直轴，转矩(等于力偶矩)是多少？

c) 对于通过同一平面上任意一点 O' 的竖直轴，力矩应该是多少？

d) 下面的讲法是否正确，说明之。"作用在物体上的任意两个力，能够合成一个具有相同效应的单一合力"。

在拟定你的答案时，考虑两个力方向相反但是大小不相等的情况。

A-9　如图1·2·11所示，浮在水银上的一块钢板受到三个力的作用，作用点在边长为

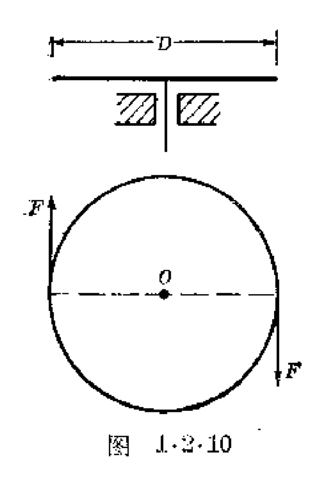


图 1·2·10

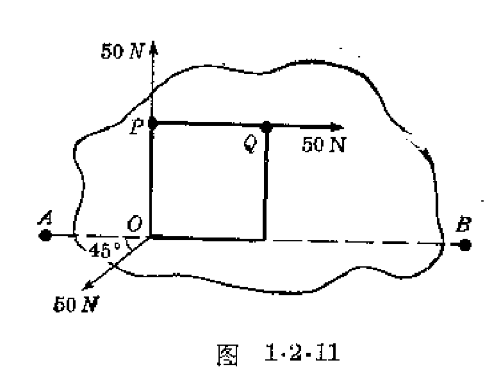


图 1·2·11

0.100 m 的正方形的三个角上。求能使钢板保持平衡的第四个力。给出其大小、方向及在 AB 线上作用点的位置。

A-10　在无摩擦的情况下，当重物 W_1、W_2 从静止开始移过某一距离 D 时，它们的移动速度是多少($W_1>W_2$)？(见图 1·2·12)

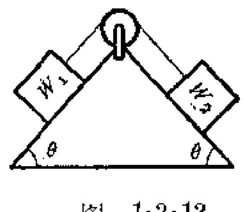


图 1·2·12

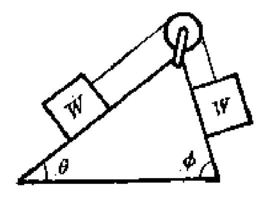


图 1·2·13

A-11　图 1·2·13 中两物体重量相等，摩擦不计。如果该系统从静止状态被释放，当它们移过某一距离 D 时，它们的速度大小如何？

B-1　如图 1·2·14，物体 M_1 在高为 H 的斜面上滑动。一条柔软的绳子跨过一个小滑轮(不计绳子和滑轮质量)把物体 M_1 和另一竖直悬挂的质量与之相等的物体 M_2 连接起来。绳子的长度可以使二物体都处于高度为 $H/2$ 的位置。与 H 相比，物体及滑轮的尺寸可以忽略不计。在 $t=0$ 时，释放两物体。

a)　当 $t>0$ 时，计算 M_2 的竖直加速度。

b)　哪个物体向下运动？它碰到地面的时间 t_1 为多少？

c)　在问题(b)中，一物体因碰地面停止时，另一物体还保持运动，说明它能否碰到滑轮？

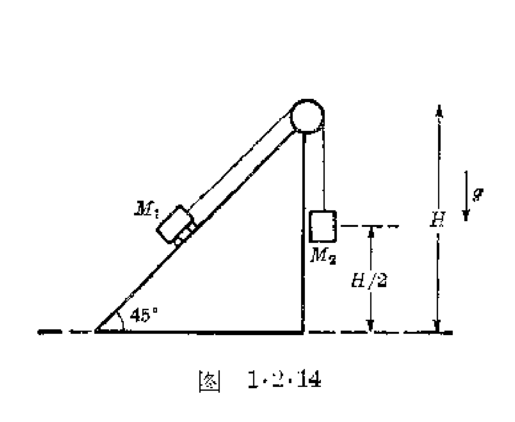


图 1·2·14

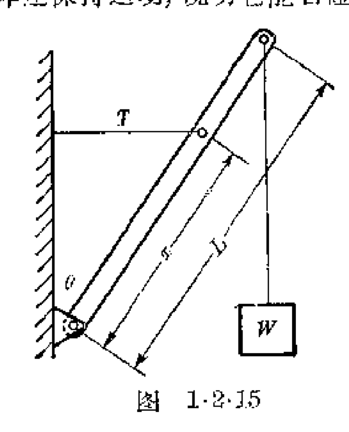


图 1·2·15

B-2　见图 1·2·15，起重机由长为 L、重为 W 的均匀支杆构成，杆的下端装在轴上；用一条水平绳系在支杆上（系点距轴为 a），把支杆撑在和竖直线成 θ 角的方向，重物 W 从支杆上端起吊。求水平绳索上的张力。

B-3　一个顶端带有滚轮的均匀梯子靠在光滑的竖直墙壁上。梯长 3.05 m，梯重为 13.61 kg。一重为 27.22 kg 的物体，挂在距梯顶端 0.76 m 的横木上，见图 1·2·16。试求：

a）滚轮对墙壁的压力。

b）梯子作用在地面上的水平力和竖直力。

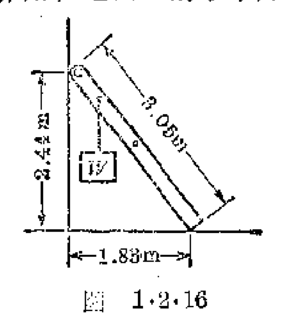


图 1·2·16

图 1·2·17

B-4　重为 W、长为 $\sqrt{3}R$ 的平板，放在半径为 R 的光滑圆形槽内，板的一端有一物体重为 $\frac{W}{2}$。计算板在平衡位置时的角 θ（见图 1·2·17）。

B-5　长为 L 重为 W 的均匀棒，其端部由二斜面支撑（见图 1·2·18）。用虚功原理（忽略摩擦）求棒处于平衡状态下的 α。

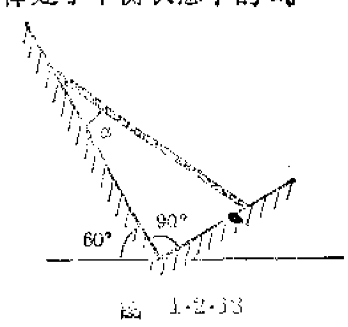


图 1·2·18

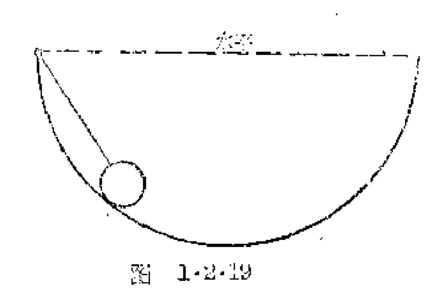
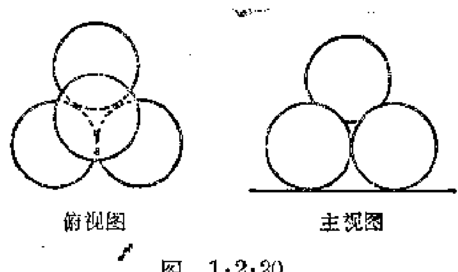


图 1·2·19

B-6　半径 4.5 cm，重 W 的刚性小球挂在半径为 49 cm 光滑的半球形的钵沿上（见图 1·2·19）。发现绳子一旦短于 40 cm 就会断裂。用虚功原理求绳子的抗断强度。

B-7　国际展览会会场的装饰物是由四个相同的无摩擦的金属球制成，每个球重 $2\sqrt{6}\times10^3$ kg。球的排列如图 1·2·20 所示：三个球放在水平面上，彼此相切，第四个球自由地放在这三个球上。为使下面的三个球不分开，在它们的接触点上加以点焊。如果安全系数取 3，焊点应能承受多大张力？



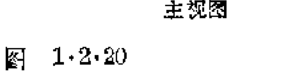


图 1·2·20

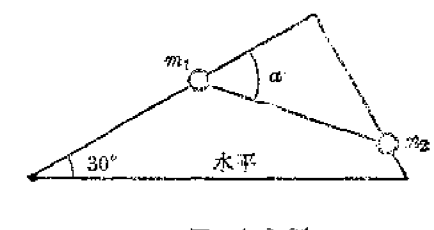


图 1·2·21

B-8　在竖直平面内，一硬金属线框架构成直角三角形(见图 1·2·21)，两个质量分别为 $m_1=100\,\mathrm{g}$, $m_2=300\,\mathrm{g}$ 的珠子，在框架上无摩擦地滑动，它们之间由绳子连接。当系统处于静平衡时，绳子的张力是多少？绳子和第一条框架线形成的角 α 有多大？

B-9　如果没有摩擦，为保持小车平衡，张力 T 应多大(见图 1·2·22)？

a) 用虚功原理求解。 b) 用相应的分力求解。

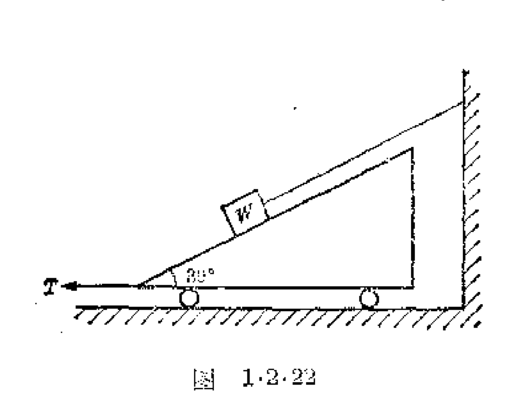


图 1·2·22

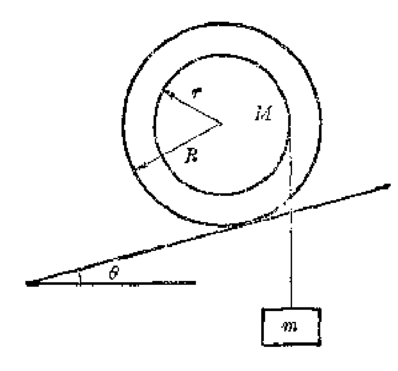


图 1·2·23

B-10　一个质量 $M=3\,\mathrm{kg}$ 的线轴由一半径 $r=5\,\mathrm{cm}$ 的中枢圆柱体及半径 $R=6\,\mathrm{cm}$ 二端板构成，见图 1·2·23。把线轴放在一个带沟槽的斜面上，它将在斜面上滚动而不是滑动。一个质量 $m=4.5\,\mathrm{kg}$ 的物体用绕在线轴上的绳子悬挂，使该系统处于平衡状态。求斜面的倾角 θ。

B-11　整个重量为 W 的柔软链环，放在一个光滑的正圆锥的一水平圆周上，圆锥底半径为 r，高为 h，轴在竖直方向(见图 1·2·24)。求链环的张力(忽略摩擦)。

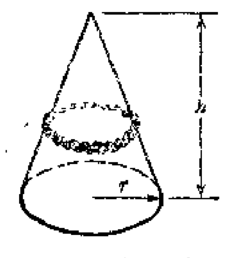


图 1·2·24

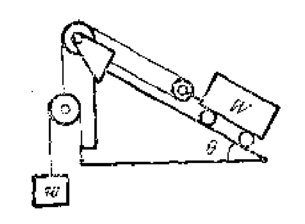


图 1·2·25

B-12　斜面上的车子被重物 w 平衡，如图 1·2·25。忽略各部分的摩擦，求车的重量。

B-13　桥梁的桁架结构如图 1·2·26 所示。所有的连接点可以看成是无摩擦的枢轴，而且全部构件可看成是刚性、无重和等长的，求反作用力 F_1、F_2 及构件 DF 所受的力。

B-14　在图 1·2·27 所示的桁架中，所有斜向支杆长均为五个单位，而水平支杆长均为六个单位。全部接点都是自由交连的，桁架的重量可以忽略。

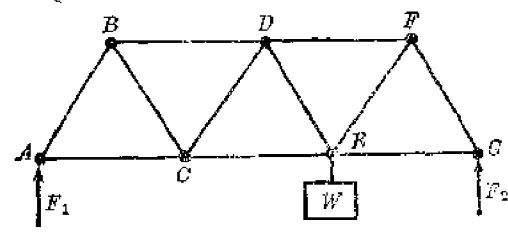


图 1·2·26

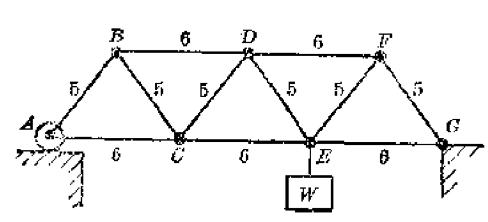


图 1·2·27

a) 对于图示的负载位置，哪一个零件能用柔软的绳索代替。

b) 求支杆 BD 和 DE 的受力。

B-15 在图 1·2·28 所示系统中，重为 w 的摆锤起初由线 A 保持竖直位置。烧断线 A 后，摆锤被释放向左摆动，它的最大摆幅刚够达到天棚。求物体 W 的重量（忽略摩擦、滑轮半径及重物的有限尺寸）。

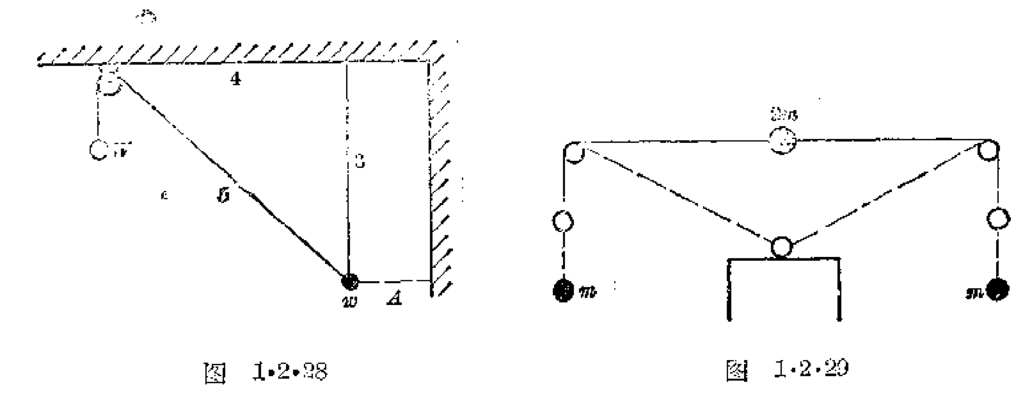


图 1·2·28　　图 1·2·29

B-16 图 1·2·29 所示，两条等长的细线把两个质量为 m 的物体系到第三个质量为 $2m$ 的物体上，细线通过两个相距为 100 cm 不计摩擦的小滑轮。起初，$2m$ 物体置于连接两滑轮的水平线上，并处于两者正中间，然后从静止开始释放，当它降下 50 cm 时碰上台顶，求此时它的运动速度。

B-17 一个截面积为 A 的大桶装着密度为 ρ 的液体。液体从一小孔中自由地射出来，小孔的截面面积为 a，位于液面下 H 处（见图 1·2·30）。若液体无内摩擦（粘滞性），将以多大速度流出？

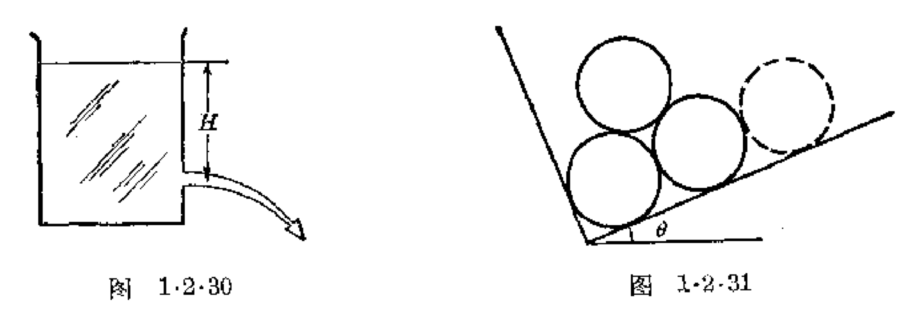


图 1·2·30　　图 1·2·31

C-1 载重汽车上装着光滑的相同的圆木，车驶离公路并平稳地停在与水平面成 θ 角的路基上。卸车时，移去图 1·2·31 中虚线所示圆木，恰使剩下的三棵圆木处在即将滑动的状态，即：若 θ 角再小一点，圆木就要塌落。求角 θ。

C-2 绕线轴重为 w，半径为 r 和 R（见图 1·2·32）。绕在小径轴上的两条线挂在固定的支柱下。另有两条线绕在半径较大的轴上，此二线下悬一重物 W，W 的选择恰好使绕线轴平衡，求 W。

C-3 一吊桥跨过 54 m 宽的深谷，见图 1·2·33。间距为 9.00 m 的六对竖直缆绳悬挂着钢构架的桥身。每条缆绳承受的重量相等，均为 4.80×10^3 kg。位于中间的两对缆绳长为 2.00 m，求其余竖直缆绳的合适长度。如果跨河谷的两条纵向缆绳的端部和水平方向成 45° 角，求这两条纵向缆绳所受的最大张力？

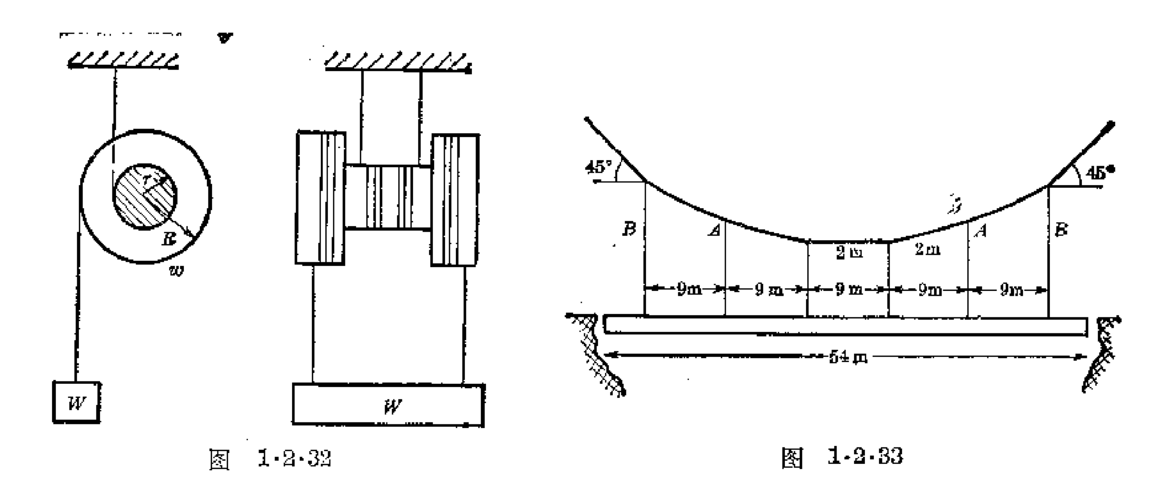


图 1·2·32　　　　图 1·2·33

C-4　坦德姆范德格拉夫(Tandem Van de Gruaff)孤立支撑结构可以表示为密度大致均匀，长为 L、高为 h、重为 W 的两个组件，它们被球形枢轴颈(A 和 B)支撑在竖直壁上，中心用起重螺旋施力 F，把两者隔开(见图1·2·34)。因为这两个组件不能承受张力，所以必须对起重螺旋加以适当控制，使得位于上面的枢轴颈受力为零。

a）需要多大的施力 F？

b）加在下面一个枢轴颈 A 上的合力是多少？

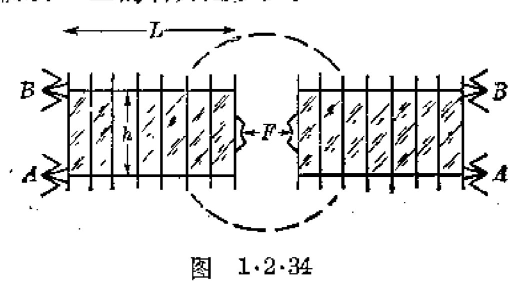


图 1·2·34

第三章　开普勒定律及万有引力

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第七章。

1．椭圆的某些性质

椭圆的大小和形状取决于以下任意两个量的数值(见图 1·3·1)：

a：长半轴；b：短半轴；

c：椭圆中心到某一焦点的距离；e：偏心率；

r_p：近日距(从焦点到椭圆的最近距离)；r_a：远日距(从焦点到椭圆的最远距离)

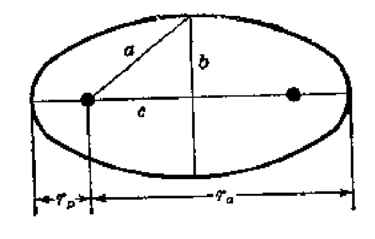


图 1·3·1

2．各量关系如下：

$$a^2=b^2+c^2;\ e=c/a\ (e\text{ 的定义});$$

$$r_p=a-c=a(1-e);\ r_a=a+c=a(1+e)$$

3．试证：椭圆面积 $A=\pi ab$

A-1　月球到地球中心的距离由在近地点时的 363,300 km 改变到在远地点时的 405,500 km，变化周期为 27.322 天。某人造地球卫星轨道的近地面高度 225 km，而远地

面高度为 710 km。地球的平均直径为 12,756 km，求此卫星的周期。

A-2　地球轨道的偏心率为 0.0167，求地球在其轨道上的最大速率与最小速率之比。

A-3　地球和月球的半径分别是 6378 km 和 1738 km，它们的质量比是 81.3:1.000。计算月球表面的重力加速度，$g_e=9.80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

A-4　自从 1456 年发现哈雷(Halley)彗星以来，预计 1986 年它将第七次重返近日旅程。它最近一次通过近日点的时间是 1910 年 4 月 19 日，当时观测到的近日距是 0.60A.(天文单位)，求：

a）其轨道离太阳的最远点距太阳多远？

b）最大轨道速率与最小轨道速率之比。

A-5　以圆形轨道近地面运行的地球卫星，周期约为 100 min。试求当其周期为 24 h 的情况下，其轨道半径应为多少(以地球半径为单位)？

A-6　考虑两个轨道半径相同的地球人造卫星；其中一个轨道通过两极，另一个在赤道平面内。问哪个卫星需要较大的火箭发射器？为什么？

B-1　与地球同步转动的理想的"同步"卫星，相对地球表面上某点 P 恒保持固定位置。

a）考虑地心和卫星的连线，如果 P 点为连线和地球表面的交点，P 点能位于任意地理纬度吗？或者说，交点存在的限制条件是什么？试解释之。

b）质量为 m 的同步卫星到地心的距离 r_s 是多少？用地球到月球的距离 r_{me} 为单位来表示 r_s。

注：把地球看作均匀球体，可以取月球的周期 $T_m=27$ 天。

B-2　a）比较地球绕日运动和月球绕地运动的轨道参数，决定太阳质量与地球质量之比。

b）木星的一个卫星运转的轨道周期为 1.79 天，轨道半径为 421800 km，试确定木星的质量，以地球的质量为单位。

B-3　两个星体 a、b 受彼此的万有引力作用，相互环绕运动，若观测到它们的相对轨道长半轴为 R(A.)，它们的运转周期为 T 年，求两者质量之和 m_a+m_b 的表达式。(以太阳质量为单位。)

B-4　如果一个巨大的球形天体 M 和它的卫星 m 间的万有引力为

$$\boldsymbol{F}=-\frac{GMm}{R^{(3+\alpha)}}\boldsymbol{R}$$

(其中 $\boldsymbol{R}$ 为两者间的距离矢径)，开普勒第二、第三定律应如何修正？(讨论第三定律时，可假定轨道为圆。)

C-1　在实验室中做 g 的测量时，要多大精度才能检测到由于月球引力引起的 g 的日变化？为简单起见，设实验所处的位置恰使月球从天顶和天底通过。同时，略去潮汐的影响。

C-2　一蚀双星系的轨道是和视线几乎共平面的，因此，一个星周期性地蚀蔽另一个星，两星的相对轨道速度可从光谱线的多卜勒频移测得。令 T 与 V 分别为观测到的轨道周期(日)和轨道速度($\mathrm{km\cdot s^{-1}}$)，求该星系的整个质量(以太阳质量为单位)。

注：从地球到太阳的平均距离为 1.5×10^8 km。

C-3　一彗星绕日运行的近日距 $R_p=1.00\times10^6$ km，近日点处的速度为 $500.0\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$，

a）求轨道在近日点处的曲率半径是多少(km)？

b) 近日点处的曲率半径 $R_c=b^2/a$,其中 a 为椭圆的长半轴, b 为短半轴。若已知 R_c 和 R_p,可以找到 a 和此二量之间的关系，试据此求出 a。

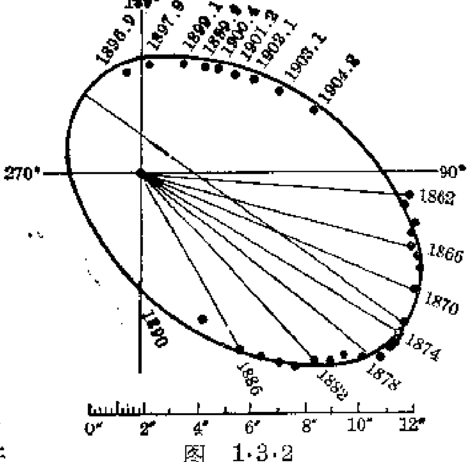
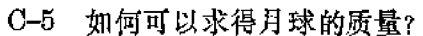


图 1·3·2

c) 由 a 计算出行星的周期,写出关系式,标注所有的符号。

C-4 以万有引力相互吸引的两质点，保持不变的距离,共绕一固定点(它们的质心)运动。试证明它们在该轨道上运动的周期只取决于它们的质量和，而与它们的质量比完全无关。此结论对于椭圆轨道也成立,试证之。



C-5 如何可以求得月球的质量?

C-6 天狼星的三角视差(即地球轨道半径对天狼星的张角)为 0.378 弧秒，由此及图 1·3·2 中所包含数据推出天狼星系的质量(以太阳质量为单位)。(a)假设轨道平面与视线垂直；(b)考虑了轨道的实际倾斜。你在(b)中求得的值是上限还是下限(或都可能)?

第四章 运 动 学

参阅《费曼物理学讲义》第一卷,第八章。

1. a) 一个物体做匀加速直线运动。当 $t=0$ 时，它位于 $x=x_0$ 处并具有速度 $v_x=v_{x0}$。求证在时刻 t 它的位置和速度分别为:

$$x(t)=x_0+v_{x0}t+\frac{1}{2}at^2$$

$$v_x(t)=v_{x0}+at$$

b) 从上题公式中消去 t,证明在任意时刻

$$v_x^2=v_{x0}^2+2a(x-x_0)$$

2. 把上面的问题推广到三维运动的情况,已知沿三个坐标轴的恒加速度分量为 a_x、a_y、a_z 试证明:

a)

$$x(t)=x_0+v_{x0}t+\frac{1}{2}a_xt^2$$

$$y(t)=y_0+v_{y0}t+\frac{1}{2}a_yt^2$$

$$z(t)=z_0+v_{z0}t+\frac{1}{2}a_zt^2$$

$$v_x(t)=v_{x0}+a_xt$$

$$v_y(t)=v_{y0}+a_yt$$

$$v_z(t)=v_{z0}+a_zt$$

b)

$$v^2=v_x^2+v_y^2+v_z^2=v_0^2+2[a_x(x-x_0)+a_y(y-y_0)+a_z(z-z_0)]$$

其中

$$v_0^2=v_{x0}^2+v_{y0}^2+v_{z0}^2$$

3. 一段圆弧的长度可以度量它对圆心的张角。设 s 为弧长, R 为半径(见图 1·4·1),

则以弧度为单位的张角为

$$\Theta = S/R$$

a）证明：若 $\Theta \ll 1$ 弧度，则 $\sin\Theta \approx \Theta$，且 $\cos\Theta \approx 1$。

b）用上面的结果及两角和的正弦和余弦公式，求 $\sin x$ 和 $\cos x$ 的导数。导数的定义是

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

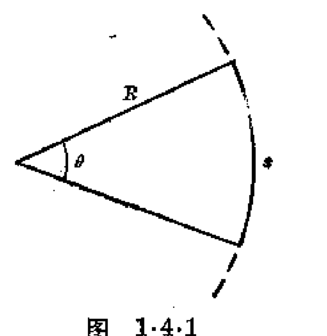


图 1·4·1

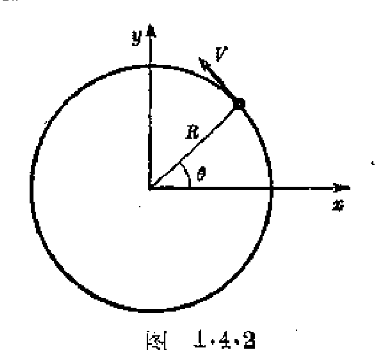


图 1·4·2

4．一个物体在半径为 R 的圆周上以匀速 v 作反时针运动，圆心在直角坐标 (x, y) 的原点(如图 1·4·2)。当 $t=0$ 时，粒子位于 $(R, 0)$，证明

a) $x = R\cos\omega t$　其中，$\omega = v/R$ 为角频率

$$y = R\sin\omega t$$

$$v_x = -v\sin\omega t$$

$$v_y = v\cos\omega t$$

$$a_x = -\frac{v^2}{R}\cos\omega t$$

$$a_y = -\frac{v^2}{R}\sin\omega t$$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

b) $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0$$

A-1　高空探测气球带着仪表舱以 $304.8\,\mathrm{m \cdot min^{-1}}$ 的速度上升，到达 9144 m 时，气球破裂(这种不幸事故确能发生)。于是，仪表舱自由下落。

a）求仪表舱在空中经历的时间。

b）求仪表舱碰到地面时的速度(忽略空气阻力)。

A-2　一列火车能以 $20\,\mathrm{cm \cdot s^{-2}}$ 加速，$100\,\mathrm{cm \cdot s^{-2}}$ 减速。求这列火车在两相距 2 km 的车站间运行所需的最短时间。

A-3　如果在有阻力的实际空气中竖直上抛一小球，是上升过程还是下降过程需要的时间较长？

A-4　地球赤道上一点相对地球中心的速度多大？角频率多大？由角运动引起的径向加速度与重力加速度的比值是多大？

B-1　竖直发射的火箭，在其发动机持续燃烧的 50 s 时间内，具有向上的匀加速度 $2g$。忽略空气阻力及 g 随高度的变化。

a) 画出火箭飞行全过程的 v-t 图。

b) 计算火箭能达到的最大高度。

c) 计算从发射到返回地面总共经过的时间。

B–2 在课堂演示实验中，一小钢球在钢板上弹跳。球到达钢板时向下的速度在反弹后，每次递减了一个 e 因子，即 $v_{向上}=ev_{向下}$。如果在 $t=0$ 时，小球从钢板上方 50 cm 高处下落，而且在 30 s 后，扩音器的音响消逝(表示弹跳完全终止)。求因子 e 的数值。

B–3 在平地上物体以初速率 v_0 与水平面成 θ 角射出。忽略空气阻力，试求：

a) 物体达到的最大高度和射程；

b) 为获得最大射程，物体应以多大角度发射。

B–4 射箭冠军射中靶心。靶安设在与之相距为 L 的墙上，靶心在弓上的高度为 h。导出箭的初速率(离弓时的速率)、箭的初始仰角、靶高 h 和靶距 L 四个量间的方程式。姑且忽略空气阻力。

B–5 一小孩以 70° 仰角上抛一小球，小球经过位于小孩肩上 9.77 m 处的窗户，当小球通过窗口时呈水平运动。试求：

a) 球离手时的速率。

b) 当球通过窗口时，其轨迹的曲率半径。你能求出对应于任一时刻的轨迹的曲率半径吗？

B–6 一小石子嵌在半径为 R 的轮胎花纹中，如果轮子在水平路上以速率 v 无滑动地滚动。试求出石子的 x、y 坐标分量、速度分量和加速度分量与时间 t 的关系式。设石子在 $t=0$ 时碰到路面。

B–7 尾随卡车行驶的轿车司机突然发现一块石头嵌在卡车的两个后轮胎之间，作为一个谨慎的司机(又是一个物理学家)，他立刻把两车距离拉开到 22.5 m，以防轿车被甩出的石头击中，求卡车的速率(假设石头碰地后不再弹跳)。

C–1 杂技演员设计一套新的表演动作，把“弹射人”和高秋千特技加以结合。他以出口速度 v 离开弹射器，希望达到足以抓住秋千的高度($r=2$ m，见图 1·4·3)，然后上升荡到离地面高 $h=20$ m 的水平台上(注：秋千绳不应松弛，即在 r 和 h 两处，竖直速度为零)。

a) 求弹射器应该放置的角度 θ。

b) 弹射器应该离平台多远(求 x)？

c) v 必须选取什么值？

C–2 如图 1·4·4，追击炮安在离峭壁边缘水平距离为 8229.60 m 处，峭壁的深度为 106.68 m(从炮基下算)。打算炮击隐蔽在峭壁后的目标。若炮弹的出口速度为 304.80 m·

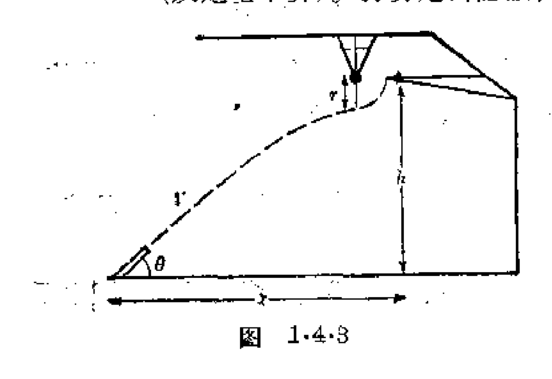
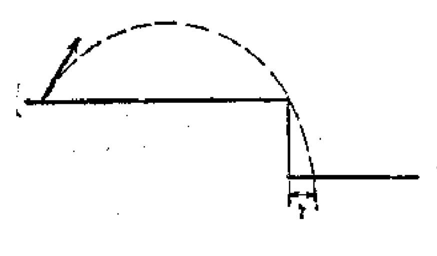


图 1·4·3


图 1·4·4

s^{-1}，求炮弹击点离峭壁边缘的最近距离为多少？

C-3　一个加州理工学院的新生缺乏和郊区交通警察打交道的经验，他接到一个限速标签后碰到一段水平公路的"速度计检验"区间。他决定检验其速度计的读数。当他通过这段公路的始点"0"时，他加速汽车并在检验的整个期间维持匀加速度。当他通过 0.161 km 的路标时，他看到时间从始点过了 16 s；再过 8 s 后，他恰通过 0.322 km 的路标。

a）在 0.322 km 处，速度表的读数应为多少？

b）加速度多少？

C-4　在某空军基地的长水平试验轨道上，可以做火箭发动机和喷气发动机的两种试验。火箭发动机从静止起均匀加速，到燃料耗尽后，作匀速运动，观察到恰当火箭通过试验距离的中点，燃料耗尽。一喷气发动机从静止起，在跑道的试验距离全程内做匀加速运动。观察到两者以严格相等的时间通过同一试验距离。求喷气发动机的加速度与火箭发动机的加速度之比。

第五章　牛 顿 定 律

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第九章。

A）解题的解析方法

A-1　如图1·5·1 所示，在水平面上，用绳连接质量各为 $m_1=1\,\mathrm{kg}$，$m_2=2\,\mathrm{kg}$ 的二滑块，通过滑轮系着一个 $m_3=2\,\mathrm{kg}$ 的物体，忽略摩擦及绳子和滑轮的质量。

a）对每个物体画出隔离体图，标出作用力；

b）求每个物体的加速度和各段绳子上的张力。

A-2　一个质量为 m kg 的物体用绳子悬挂在以 0.1 g 的加速度下降的电梯中，绳子的张力是多少牛顿？

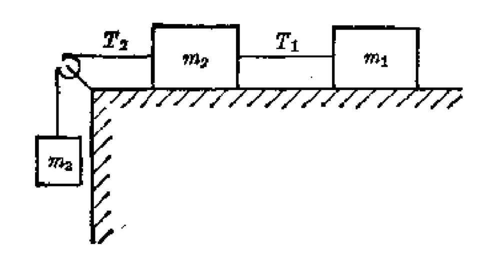


图　1·5·1

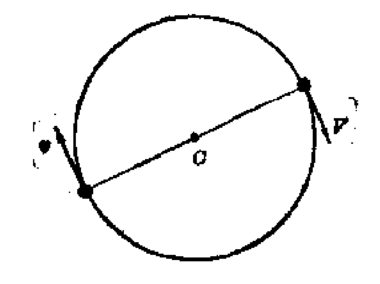


图　1·5·2

A-3　在失重状态下，用长度 $L=2\,\mathrm{m}$ 的绷紧的绳子连接质量均为 $m=1\,\mathrm{kg}$ 的二物体，二物体在圆轨道上以匀速率 $v=5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 共绕中心 O 运动。问绳上的张力是多少牛顿（见图 1·5·2）？

B-1　在图 1·5·3 中，为使 M_1 和 M_2 相对于 M 静止，必须以多大的水平恒力 F 施于 M？忽略摩擦。

B-2　在图 1·5·4 中，为使 $m_1=5\,\mathrm{kg}$ 相对于 $m_2=4\,\mathrm{kg}$ 静止，必须以多大的水平恒力 F 施于 $M=21\,\mathrm{kg}$ 上？忽略摩擦。

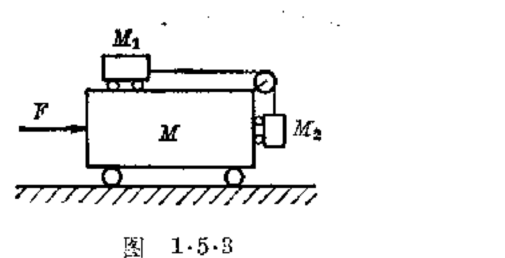


图 1·5·3

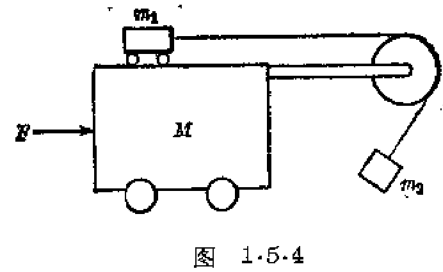


图 1·5·4

B-3　在图 1·5·5 所示系统中，M_1 在斜面上无摩擦地滑动。$\theta=30°$，$M_1=400\,\mathrm{g}$，$M_2=200\,\mathrm{g}$、求 M_2 的加速度和各连接绳上的张力。

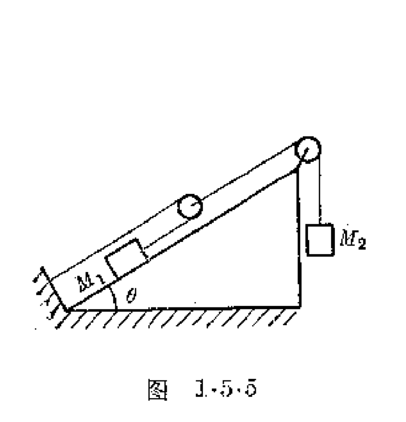


图 1·5·5

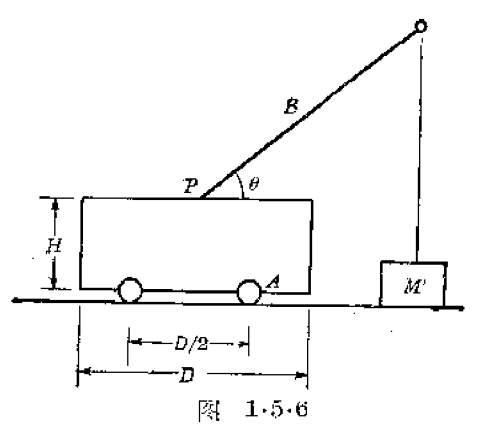


图 1·5·6

B-4　简单的起重机由两部分组成：A 部分，质量为 M_a，长度为 D，高度为 H，轮子半径为 r，轮子间距为 $D/2$；B 部分是一个均匀杆，是长为 L，质量为 M_b 的起重臂。起重机的装配如图 1·5·6 所示，其支枢点 P 位于 A 的顶部中点，A 的重心位于两轮之间的中点。

a）当起重臂 B 和水平面成 θ 角时，在起重机不翻倒的条件下，它所能举起的最大质量 M 是多少？

b）如果在绳的一端系有质量 $M'=4/5M$ 的物体，为把此物从地面举高（$L\sin\theta$），所需的最少时间是多少？（θ 角保持恒定，绳子质量可以忽略。）

B-5　图 1·5·7 为早年测重力加速度的装置，称为阿特伍德机。忽略滑轮 P 及绳子 C

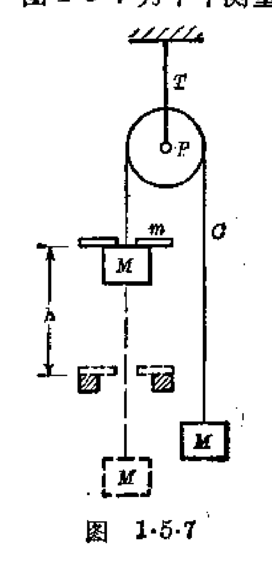


图 1·5·7

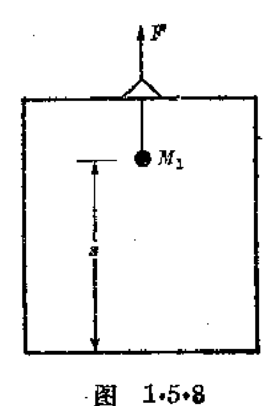


图 1·5·8

的质量和摩擦。用相等的质量 M 加在两边使系统平衡(如图实线所示)，然后，将一小祛码加在一边。当组合的物体加速地通过确定距离 h 后，游码被架在环形座上。此后二等质量物体以匀速 v 运动。由测得的 m、M、h 和 v 求相应的 g 值。

B-6　在图 1·5·8 中，质量为 M_2 的电梯内挂着质量为 M_1 的物体。一恒力 F 使电梯向上加速运动[$F>(M_1+M_2)g$]。开始时物体位于电梯地板之上 s 处。

a）求电梯的加速度;

b）连接 M_1 的绳上张力是多大?

c）如果绳子突然断了，在断开的瞬间，电梯的加速度如何? M_1 的加速度又如何?

d）经过多长时间，M_1 碰到电梯的地板?

C-1　在图 1·5·9 所示系统中，忽略所有表面的摩擦，若将 $m=150\,g$ 的物体在基座 $M=1650\,g$ 的上方 $d=1\,m$ 处释放，问释放后多长时间，m 碰到基座 M?

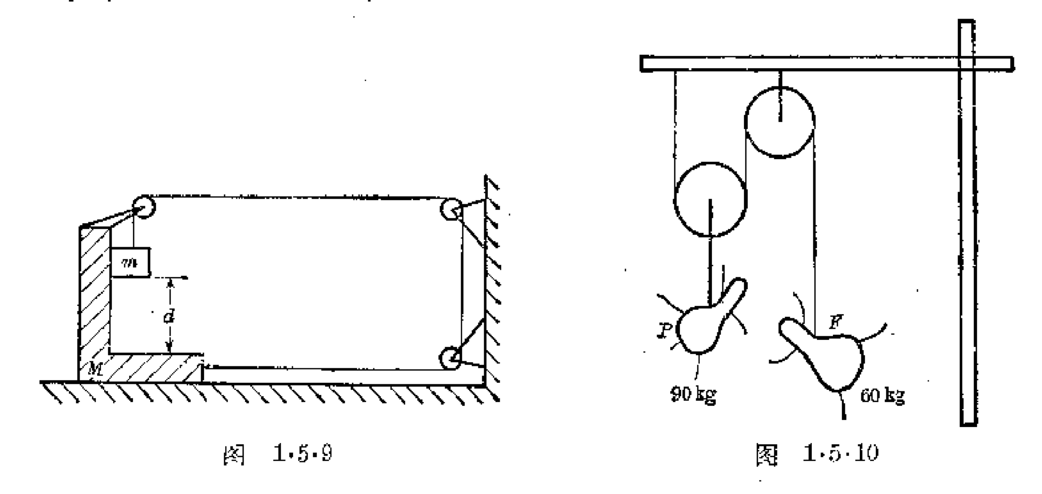
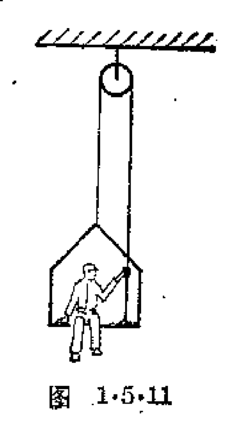


图 1·5·9　　　　图 1·5·10

C-2　某运河渡口的同类渡船，都无力同时承载两只袋鼠 P、F，而这两只眷恋的袋鼠又不肯分开到两只船上。敢于冒险的某船夫按图 1·5·10 所示的方法，用不计质量的绳和不计质量和摩擦的滑轮，在 P、F 两者无一碰到船板或吊杆之前，把它们摆渡到对岸，从而收得摆渡费。问这种办法能节省多大负载?

提示：在忽略绳子、滑轮的质量和滑轮摩擦的条件下，滑轮两侧绳子的张力相同。

C-3　一个体重 81.65 kg 的油漆工人(如图 1·5·11 所示)，在高楼一侧的吊椅上工作。他想迅速移动，于是以某一力拉下垂的绳子，使他对椅子的压力仅为 45.36 kg，椅子自重 13.61 kg，求:


图 1·5·11

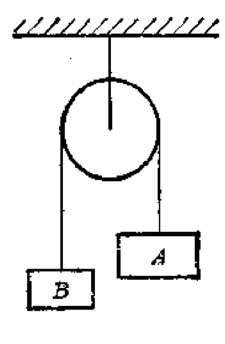


图 1·5·12

a）油漆工人及椅子的加速度；

b）滑轮所支撑的总力。

C-4　一个要去月球的空间旅行者，携带一只弹簧秤和质量为 1.0 kg 的物体 A，在地球上用弹簧秤称 A，读数为 9.8 N。到达月球某地，不知其确切的重力加速度，但知其数值大约为地球表面重力加速度的 1/6。他拾起一块石头 B，用弹簧秤称得重量为 9.8 N。把 A 和 B 挂在滑轮两侧，如图 1·5·12 所示，此时 B 以 $1.2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 的加速度下落。求石头 B 的质量。

B）解题的数值方法：

C-1　一个物体静止地挂在弹簧上，给它以向上的撞击后，它以单位速率开始运动。如果物体的质量和弹簧的弹性系数恰使运动方程为 $\ddot{x}=-x$。用该运动方程的数值积分，求物体获得的最大高度。

C-2　质量为 m 的质点沿直线运动。受到的阻力正比于其速度，$F=-kv$。若在 $x=0$，$t=0$ 时，它以初速率 $v=v_0$ 开始运动。用数值积分求 x 和 t 的函数关系，求速率减小一半所需要的时间 $t_{1/2}$ 及质点可达到的最大距离 x_m。

注意：

a）调整 x 和 t 的单位大小，使运动方程具有简单的数字系数。

b）拟定一个方案，以利用较粗的时间间隔 Δt 获得较好的精确性。

c）用量纲分析导出 $t_{1/2}$ 和 x_m 对于 v_0、k 和 m 的依赖关系，并只对一个简便的 v_0 值，比如 $v_0=1.00$（用 x 和 t 修正后的单位）求解实际运动。

C-3　某一带电粒子在电场和磁场中，按以下方程运动：

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=-2v_y,\quad \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=1+2v_x$$

当 $t=0$ 时，粒子位于(0, 0)，且以速度 $v_x=1.00$ 和 $v_y=0$ 开始运动。用数值积分法确定粒子的运动性质。

C-4　一粒子弹以出口速度 $304.8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 和水平方向成 45° 角被射出，它受到一个正比于其速度立方的阻力（$F=-kv^3$）的作用。当子弹速度 $v=304.8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时，系数 k 使得阻力等于子弹重量的二倍。用数值积分法近似地求出可达到的最大高度及水平射程。把这些结果和无阻力时的预期值相比较。

第六章　动 量 守 恒

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十章。

1．当两个物体沿一直线运动时，有一特殊坐标系，在此坐标系中，一物体的动量与另一物体的动量大小相等，方向相反。即两个物体的总动量为零。这个参照系称为质心系（简称 CM）。如果两物体的质量各为 m_1 和 m_2，速度各为 v_1 和 v_2，证明质心的运动速度

$$V_{CM}=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$$

2．把题 1 推广到沿一直线运动的任意多个物体，即证明其中总动量为零的坐标系的速度由下式给出：

$$V_{CM}=\frac{\sum m_iv_i}{\sum m_i}$$

3．如果 T 是题1中两物体的总动能，而它们在 CM 系中的总动能是 T_{CM}，证明：

$$T=T_{CM}+\frac{m_1+m_2}{2}V_{CM}^2$$

4．把题3的结论推广到任意多个物体。证明：

$$T=T_{CM}+\frac{\sum m_i}{2}V_{CM}^2$$

A-1　二滑块可以在水平气轨上自由移动。一个静止，另一个与它做完全弹性碰撞。碰撞后，它们以大小相等，方向相反的速度分开。求它们的质量之比。

A-2　一个动能为 E 的中子和一个静止的 ^{12}C 核做正碰撞，沿入射的反方向完全弹性地弹回。求中子的末动能。

A-3　质量 $m_p=10\,kg$ 的物体，以初速度 $v_p=500\,m\cdot s^{-1}$ 从地球表面竖直向上发射。

a）计算地球的反冲速度。

b）计算地球和射体分开的瞬时，两者的动能之比。

c）定性地画出射体及地球的动能-时间曲线及速度-时间曲线，忽略空气阻力及地球的轨道运动。

B-1　质量为 $m=1.0\,kg$ 的质点以速率 $v_0=10\,m\cdot s^{-1}$ 运动，撞到一静止的、质量 $M=4.0\,kg$ 的质点后，在它入射的反方向以速度 v_F 弹回。如果碰撞过程产生的热量为 $h=20\,J$，v_F 是多少？（明确表述所有引入的量，并说明从什么物理定律出发得到你的原始方程。）

B-2　固定在长平台北端的机枪以 $500\,m\cdot s^{-1}$ 的出口速度，每秒钟把十发每个质量为 $100\,g$ 的子弹射入固定在平台南端的厚靶中，平台重 $10000\,kg$，长为 $5\,m$，可以在水平空气气垫上自由移动。问：

a）平台是否移动？b）向什么方向移动？c）移动得多快？

B-3　如图1·6·1，用绳跨过滑轮把质量为 m_1 的物体连接到初始质量为 $m_2(t=0)=m_0$ 的盛水容器上。当 $t=0$ 时，释放系统，且 m_2 以恒速率 $\frac{dm}{dt}=r_0\,kg\cdot s^{-1}$ 及相对容器的速度 v_0 向下喷水（借助于内部泵）。求 m_1 的加速度与时间的关系（忽略绳与滑轮的质量）。

B-4　雪橇在积雪的斜坡上无摩擦地下滑，同时沿途铲起积雪。若斜坡的坡度为 $30°$，雪橇在每米行程中铲起积雪 $0.5\,kg$，试计算当它的速率为 $4.0\,m\cdot s^{-1}$，质量（包括雪）为 $9.0\,kg$ 时的加速度。

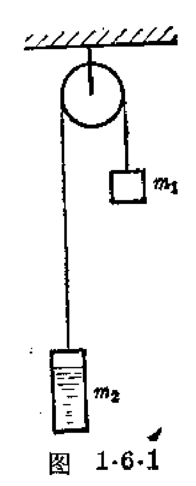


图 1·6·1

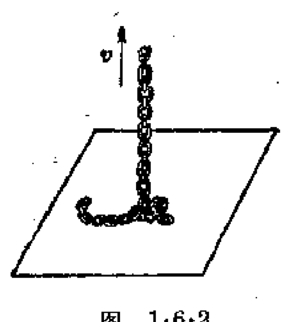


图 1·6·2

B-5　当 $t=0$ 时，把放在桌上的链子从其一端以匀速率竖直上提，见图 1·6·2。已知链子每单位长度的质量为 μ，试计算上提力与时间的函数关系。

C-1　步枪子弹的速率可用冲击摆测量。悬挂着的质量为 M 的木块构成一个摆（摆长为 L，见图 1·6·3）。一个已知质量为 m 而速率 v 待测的子弹射入初始静止的 M，嵌在其内，并使 M 摆动，测出摆幅 x。由能量守恒定律可求出刚刚碰撞后木块的速度。以 m、M、L 和 x 为已知量，导出子弹速率表达式。

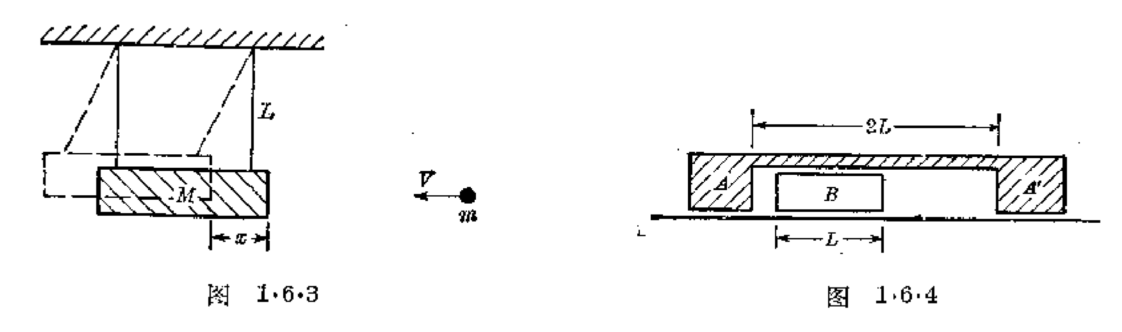


图 1·6·3　　　　图 1·6·4

C-2　二滑块 A、A' 刚性连结，组合质量为 M，相距为 $2L$，见图 1·6·4。另一质量为 m，长为 L 的滑块 B，被限制在 A、A' 之间运动。全部滑块的运动都在线度很长的无摩擦的气轨上进行。在 (A, A') 与 B 之间的碰撞都是完全弹性的。开始时，整个系统静止，且滑块 B 与滑块 A 接触，然后在 A、B 之间引爆一雷管，使系统获得总动能 T。

a）定性地表达 B 的运动。即画出 B 块在气轨上的位置 x 与时间的关系图及相对于气轨的速度 v 与时间的关系图。注意两个图用相同的时间标度。

b）推算以 T、L、m 和 M 表示的周期 τ。

提示：B 对于 (A, A') 的相对速度为

$$v_{相对}=v_B-v_{(AA')}$$

C-3　在水平气轨上以大小相等、方向相反的速度 v 和 $-v$ 运动的二等重滑块进行准弹性碰撞，碰撞后以较原来小一点的速度弹开。在碰撞过程中，它们的动能损失比例 $f\ll1$。如果以同样二滑块碰撞，其中一个在碰前静止，求另一块碰后的速率。（这一小剩余速率可由初始静止滑块的末速率测得，由此可确定弹簧减振器的弹性。）

注意：当 $x\ll1$ 时，$\sqrt{1-x}\approx1-(1/2)x$。

C-4　初始质量为 M_0 kg 的火箭以恒定的喷射速率 $dm/dt=-r_0\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$ 喷射燃烧过的燃料，喷射速度为 v_0（相对于火箭）。

a）计算火箭的初始加速度（忽略重力）。

b）如果 $v_0=2\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$，为了达到 10^5 kg 重的推力，每秒必须喷射多少公斤的燃料？

c）写出联系火箭速率与剩余质量的微分方程，并解出此方程。

C-5　人造地球卫星的质量为 10 kg，平均截面积为 $0.50\,\mathrm{m^2}$，在 200 km 高的圆形轨道上运动。那里空气分子的平均自由程可达数米，空气密度约为 $1.6\times10^{-10}\,\mathrm{kg\cdot m^3}$。气体分子与卫星的碰撞当作是非弹性的（但分子并不是真正粘附到卫星上，而是以较低的相对速度离开它。），在粗略的假设下，计算卫星由于摩擦所受到的减速力。此摩擦力应如何随速度而变化？由于卫星受到净力作用，卫星的速率是否减少？（核对具有圆形轨道的卫星速度与高度之间的关系。）

第七章 矢 量

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十一章。

把第六章习题 1 至 4 推广到三维，用矢量表达，例如：

1．如果两个质量为 m_1 和 m_2 的物体分别以速度 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$ 运动，证明质心的运动速度为

$$\boldsymbol{V}_{CM}=\frac{m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2}{m_1+m_2}$$

2．试证明质量为 m_i，速度为 $\boldsymbol{v}_i$ 的 N 个物体，其总动量为零的坐标系具有速度

$$\boldsymbol{V}_{CM}=\frac{\sum_{i=1}^{N}m_i\boldsymbol{v}_i}{\sum_{i=1}^{N}m_i}$$

3．如果 T 是题 1 中两个物体的总动能，T_{CM} 为它们在质心系中的总动能，证明

$$T=T_{CM}+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\,|\boldsymbol{V}_{CM}|^2$$

4．将题 3 的结果推广到 N 个物体，证明

$$T=T_{CM}+\frac{\sum m_i}{2}|\boldsymbol{V}_{CM}|^2$$

A-1　一个质点初始位置在点 $\boldsymbol{r}_0$，在重力作用下以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 运动。求其以后的运动。

A-2　给你三个矢量

$$\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{b}=2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{c}=\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$$

求：

a) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$；b) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$；c) a_x；d) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{i}$；e) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；f) $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$

A-3　一个质量为 1 kg 的质点，其运动路径上的位置由以下矢量描述：

$$\boldsymbol{r}=t\boldsymbol{i}+(t+t^2/2)\boldsymbol{j}-(4/\pi^2)\sin\pi t/2\boldsymbol{k}$$

a) 求质点在 $t=0$(s)、$t=1$(s)时，质点的位置、速度、加速度和动能。

b) 求产生这个运动的力。

c) 求当 $t=1$(s)时，质点轨迹的曲率半径。

A-4　一个以 100 节的速度在空中飞行的驾驶员打算向正北航行。他从气象站人员的通话中得知，在他的飞行高度上有一股 25 节的风从西向东。问：

a) 他应该将飞机转向什么方向？

b) 若他距飞行终点 160.934 km，飞行时间应多长？（忽略着陆时间和起飞时间，并注意 1 节＝1.852 公里/小时。）

B-1　骑车人以 16.093 km·h^{-1} 的速度向北行进，地面上由东北之间一点刮来速度为 9.656 km·h^{-1} 的风，在他看来，风向是北偏东 15°。

a) 求风的实际方向。

b) 若以同样的速度反向行驶，在他看来风的方向又如何？

B-2　一个人站在河宽为 1.609 km 的岸上。想到达彼岸正对方。他有两种途径：(1)

方向稍偏上游，使他合运动沿河岸的垂线。(2)方向对准对岸，然后沿着河岸向上游走一段被流水冲下的距离。如果他以 $4.023\,km\cdot h^{-1}$ 的速度游泳、以 $6.436\,km\cdot h^{-1}$ 步行，而水的流速为 $3.218\,km\cdot h^{-1}$。问哪种横渡方法较快？快多少？

B-3 在水流平稳且流速 R 恒定的直河道里，汽艇相对水以匀速 v 行驶。它先沿着流线在距离 d 上走一个来回，用时 t_v；然后在垂直于流线的距离 d 上走一个来回，用时 t_A。为简单起见，假设小艇在全部航程里都以全速航行，同时忽略每次调转船头所用的时间。又设 t_L 为小艇在湖里行驶 $2d$ 距离所需的时间。

a) 比值 t_v/t_A 是多少？ b) 比值 t_A/t_L 是多少？

B-4 用矢量运算法求地球表面某大圆上两点间的距离，此两点的纬度和经度为(λ_1, φ_1)和(λ_2, φ_2)。

注：使用一个直角坐标系，其原点取在地球中心，一个轴沿着地轴，另一个轴指向$\lambda=0$、$\varphi=0$，第三个轴指向$\lambda=0$、$\varphi=90°\,W$(西)。(令经度从 0° 向西增长到 360°。)

B-5 求月球加速度的大小和方向，在

a) 新月时； b) 弦月时(1/4 满月)；

c) 满月时。

注意： $^{*}R_{sE}=1.50\times10^{8}\,km$(太阳到地球的平均距离)

$^{**}R_{mE}=3.85\times10^{5}\,km$(月球到地球的平均距离)

$^{***}M_s=3.33\times10^{5}\,M_E$

M_s——太阳质量；M_E——地球质量

B-6 如图 1·7·1 所示，用两个相同的、表面光滑的 45° 楔形物 M_1 和 M_2 推动一表面光滑的物体 M，$M=384\,kg$。M_1、M_2 放在光滑的水平面上，$M_1=M_2=8\,kg$。其一被顶在竖直墙上，而另一个受水平力 $F=592\,kg$ 的作用。求(忽略摩擦力)：

a) 可动的楔形物 M_1 的加速度的大小和方向；

b) 大楔形物 M 的加速度的大小和方向；

c) 静止楔形物 M_2 施加在重物 M 上的力。

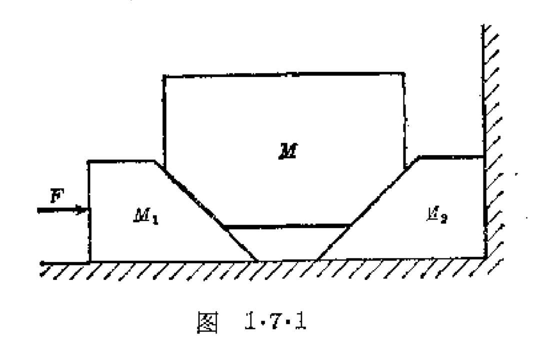


图 1·7·1

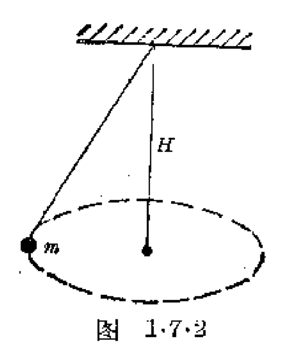


图 1·7·2

B-7 一任意长的绳子将物体m挂在无摩擦的枢轴上，使其在水平圆轨道上旋转，轨道平面位于枢轴下 H 处，如图 1·7·2 所示。求该物体在其轨道上转动的周期。

C-1 两个粘性油灰小球 A 和 B，质量均为 1g，在重力影响下，加速度为$-9.8\boldsymbol{k}(m\cdot s^{-2})$。已知初始条件：

当$t=0$时
$$\boldsymbol{r}_a(0)=7\boldsymbol{i}+4.9\boldsymbol{k}\,(m)$$
$$\boldsymbol{v}_a(0)=7\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}\,(m\cdot s^{-1})$$

$$\boldsymbol{r}_b(0)=49\boldsymbol{i}+4.9\boldsymbol{k}(\mathrm{m})$$
$$\boldsymbol{v}_b(0)=-7\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

求所有 $t>0$ 时刻的 $\boldsymbol{r}_a(t)$、$\boldsymbol{r}_b(t)$。

C-2　你在一艘以 15 节的速度向东定向航行的轮船上，看到在正南方向 9.67 km 处，有另一艘定向航行的轮船，已知其航速为 26节，过一段时间，该船从你背后穿过，与你最近的距离为 4.83 km。求：

a）另一船的航向。

b）从它在你的正南位置到靠你最近的位置所用的时间。

注：1 节 = 1.85 公里/小时。

第八章　三维空间中两物体的非相对论性碰撞

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十、十一章。



图　1·8·1

采用质心坐标系常能简化对两体碰撞的分析。

试考虑在实验室参照系中，非相对论性两体碰撞的普遍情况。具有速度为 $\boldsymbol{v}_1$ 与 $\boldsymbol{v}_2$ 质量为 m_1 与 m_2 的两物体相碰撞。碰撞期间质量可变，碰撞后，质量变为 m_3 与 m_4，速度变为 $\boldsymbol{v}_3$ 与 $\boldsymbol{v}_4$。由能量守恒定律及动量守恒定律给出以下关系：

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+Q=\frac{1}{2}m_3v_3^2+\frac{1}{2}m_4v_4^2$$
$$m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2=m_3\boldsymbol{v}_3+m_4\boldsymbol{v}_4$$

Q 的值决定碰撞过程的非弹性。在实验室参照系中，这种分析方法通常很麻烦，而且难以揭示出可能的系统性或简单的关系。在大多数情况下，碰撞是直线性的以采用质心系为宜。

Ⅰ 决定质心的速度

碰撞前：
$$\boldsymbol{V}_{CM}=\frac{m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2}{m_1+m_2}$$

碰撞后：
$$\boldsymbol{V}'_{CM}=\frac{m_3\boldsymbol{v}_3+m_4\boldsymbol{v}_4}{m_3+m_4}$$

注意：在所有非相对论性碰撞中，
$$m_1+m_2=m_3+m_4$$

因此，
$$\boldsymbol{V}'_{CM}=\boldsymbol{V}_{CM}$$

在以下讨论中，我们将考虑这样的特例：
$$m_1=m_3,\quad m_2=m_4$$

Ⅱ 求 m_1 和 m_2 在质心系中的速度
$$\boldsymbol{U}_1=\boldsymbol{v}_1-\boldsymbol{V}_{CM},\ \boldsymbol{U}_2=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{V}_{CM}$$

在质心系中，两物体的动量数值相等，方向相反
$$m_1\boldsymbol{U}_1=-m_2\boldsymbol{U}_2$$

把碰撞物体当作质点，则 $\boldsymbol{U}_1$ 和 $\boldsymbol{U}_2$ 是共直线的。相应有

$$\left|\frac{\boldsymbol{U}_1}{\boldsymbol{U}_2}\right|=\frac{m_2}{m_1}$$

III 碰撞后，在质心系中，动量仍必须等值反向(图 1·8·2)，即

$$m_3\boldsymbol{U}_3=-m_4\boldsymbol{U}_4$$

$$\left|\frac{\boldsymbol{U}_3}{\boldsymbol{U}_4}\right|=\frac{m_4}{m_3}$$

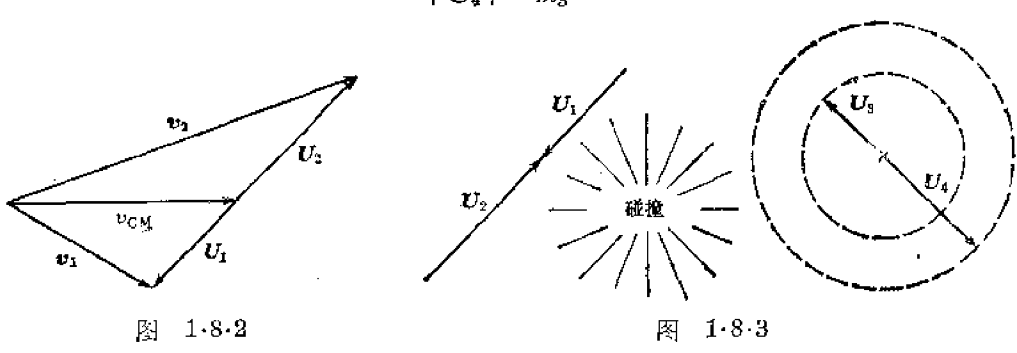


图 1·8·2　　　　　　　　　　　　图 1·8·3

注意：在质心系中，碰撞后两物体相对运动的直线会转到一个新方向。用能量守恒和动量守恒定律定不出这个新方向，但可以根据相互作用力和初始相对运动的几何关系来定。碰撞后的速度 $\boldsymbol{U}_3$ 和 $\boldsymbol{U}_4$ 的数值可以大于、小于或等于 $\boldsymbol{U}_1$ 和 $\boldsymbol{U}_2$，这由碰撞中能量是被释放、被吸收还是无变化所决定。在几何表示中(图 1·8·3)，速度矢量 $\boldsymbol{U}_3$、$\boldsymbol{U}_4$ 必须是共线的，而它们的端点必须落在二同心球壳上(在二维碰撞中为圆)，球壳半径满足：

$$\left|\frac{\boldsymbol{U}_3}{\boldsymbol{U}_4}\right|=\frac{m_4}{m_3}$$

$\boldsymbol{U}_3$ 和 $\boldsymbol{U}_4$ 的数值可从能量守恒定律得到。在第七章习题 3 中已经证明，两物体的总动能可表达为

$$T=T_{CM}+\frac{1}{2}(m_1+m_2)|\boldsymbol{V}_{CM}|^2$$

其中

$$T_{CM}=\frac{1}{2}m_1|\boldsymbol{U}_1|^2+\frac{1}{2}m_2|\boldsymbol{U}_2|^2$$

从动量守恒中我们知道：

$$m_1|\boldsymbol{U}_1|=m_2|\boldsymbol{U}_2|=P$$

所以

$$T_{CM}=\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\frac{P^2}{2}$$

注：$\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)=\frac{1}{m_r}$(两物体的折合质量 m_r 的定义)。

在这种表示中，

$$T_{CM}=\frac{P^2}{2m_r}$$

碰撞前：

$$T=T_{CM}+\frac{1}{2}(m_1+m_2)|\boldsymbol{V}_{CM}|^2$$

碰撞后：

$$T'=T+Q=T'_{CM}+\frac{1}{2}(m_3+m_4)|\boldsymbol{V}'_{CM}|^2$$

在非相对论性碰撞中，

$$m_1+m_2=m_3+m_4$$

$$\boldsymbol{V}_{CM}=\boldsymbol{V}'_{CM}$$

所以
$$T'_{CM}=T_{CM}+Q=T_{CM}\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)$$

同时
$$T'_{CM}=\frac{1}{2}m_3|\boldsymbol{U}_3|^2+\frac{1}{2}m_4|\boldsymbol{U}_4|^2$$

且因
$$m_3|\boldsymbol{U}_3|=m_4|\boldsymbol{U}_4|=P'$$

得到
$$T'_{CM}=\left(\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}\right)\frac{P'^2}{2}=\frac{P'^2}{2m'_r}$$

在所讨论的特殊情况中($m_1=m_3$, $m_2=m_4$):

$$m_r=m'_r$$

因而,从 $T'_{CM}=T_{CM}\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)$ 得到:

$$P'^2=\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)P^2$$

这个表达式给出碰撞后质心系中速度的大小。

a) 弹性碰撞

$Q=0$, 碰撞中动能不变, $p'^2=p^2$

所以
$$|\boldsymbol{U}_3|=|\boldsymbol{U}_1|$$
$$|\boldsymbol{U}_4|=|\boldsymbol{U}_2|$$

b) 非弹性碰撞

$Q>0$, 碰撞中释放动能,

$Q<0$, 碰撞中吸收动能,

$$P'^2=\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)P^2$$

所以
$$|\boldsymbol{U}_3|=\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)^{1/2}|\boldsymbol{U}_2|$$

$$|\boldsymbol{U}_4|=\left(1+\frac{Q}{T_{CM}}\right)^{1/2}|\boldsymbol{U}_1|$$

IV 把质心速度 $\boldsymbol{V}'_{CM}$ 分别加到 $\boldsymbol{U}_3$ 及 $\boldsymbol{U}_4$ 上就得到在实验室系中碰撞后的速度

$$\boldsymbol{v}_3=\boldsymbol{V}'_{CM}+\boldsymbol{U}_3$$

$$\boldsymbol{v}_4=\boldsymbol{V}'_{CM}+\boldsymbol{U}_4$$

由图 1·8·4 所示,散射运动学的几何表示,可直接导出有关两体碰撞的重要结论(包括

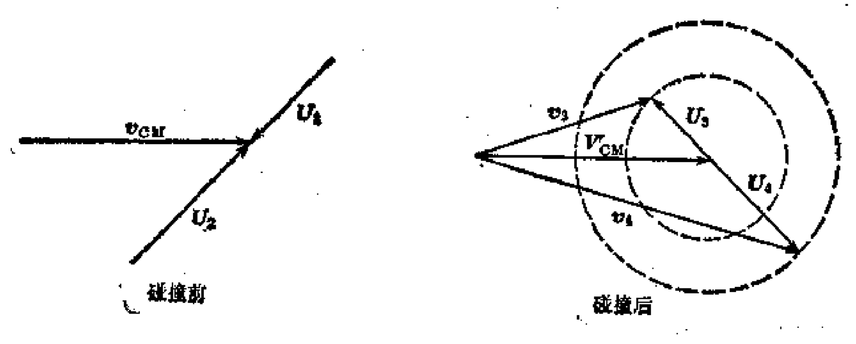


图 1·8·4

普遍性的及特殊性的结论)。

1. 用类似上面的讨论，试导出对三维非相对论性碰撞($m_1+m_2=m_3+m_4$)在 $m_1\neq m_3$、$m_2\neq m_4$ 的情况下的一些结果。试证具有初始动量 $\boldsymbol{p}_1$ 和 $\boldsymbol{p}_2$ 的两物体相碰撞，其末动量为

$$\boldsymbol{P}_3=\boldsymbol{p}_3+m_3\boldsymbol{V}_{CM}$$
$$\boldsymbol{P}_4=\boldsymbol{p}_4+m_4\boldsymbol{V}_{CM}$$

其中 $\boldsymbol{p}_i=m_i\boldsymbol{v}_i$ 为质量 m_i 在实验室参照系中的动量，$\boldsymbol{P}_i=\boldsymbol{p}_i-m_i\boldsymbol{V}_{CM}$ 为质量 m_i 在 CM 系中的动量。

$$|\boldsymbol{P}_1|=|\boldsymbol{P}_2|=\sqrt{2m_rT_{CM}}$$
$$|\boldsymbol{P}_3|=|\boldsymbol{P}_4|=\sqrt{2m_r'T_{CM}'}$$

B-1 一个运动的粒子同一质量与之相等的静止的粒子完全弹性地相碰。试证明碰撞后两个粒子的运动互成直角。

B-2 一个质量为 M 的运动粒子同一个质量为 $m<M$ 的静止粒子发生完全弹性碰撞。求入射粒子可能被偏转的最大角度。

B-3 一个质量为 m_1、速度为 $\boldsymbol{v}_1$ 的粒子同另一个质量为 $m_2=3m_1$ 静止($\boldsymbol{v}_2=0$)的粒子完全弹性地相碰，碰撞后 m_2 的运动方向与 m_1 的初始方向成 $\theta_2=45°$ 角，见图 1·8·5。求碰撞后 m_1 的运动方向及末速度 $\boldsymbol{v}_1'$，$\boldsymbol{v}_2'$。

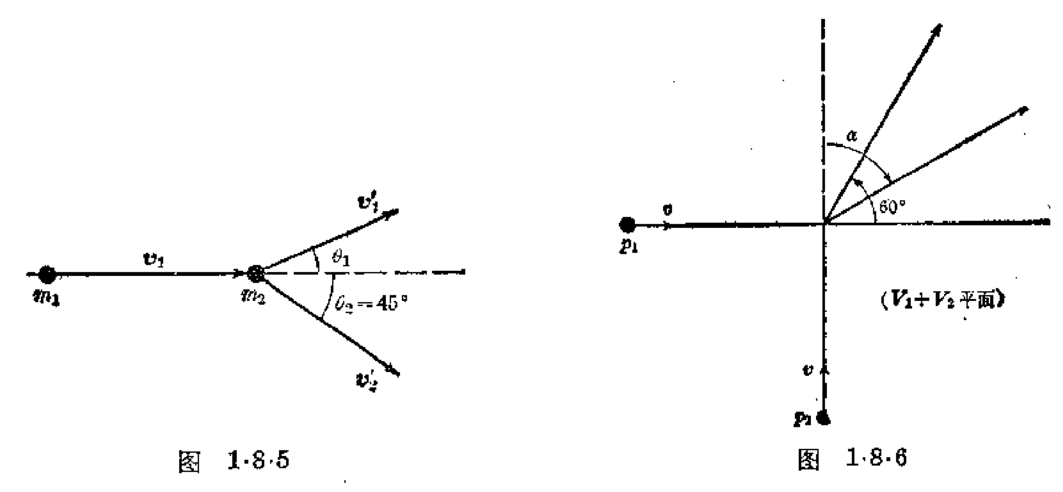


图 1·8·5　　图 1·8·6

B-4 质量均为 m 的二粒子，以相等的速率沿相互垂直的二方向相碰，碰撞后第一个粒子偏离初始方向 60°，并靠向另一粒子的入射方向(见图 1·8·6)。设碰撞是弹性的，试确定第二个粒子朝第一个粒子入射方向偏转的角度 α。

B-5 两个质量相等、在相互垂直的路线上运动的粒子，速率分别为 $v_1=8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$、$v_2=6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$。两者做弹性碰撞，碰撞后观察到 m_1 的运动路径与其碰撞前的路径之间夹角为 $\theta=\tan^{-1}\dfrac{1}{2}$，如图 1·8·7。求

a) 质心的速度矢量(给出笛卡尔坐标分量)；

b) 在质心参照系中，末速度的数值 v_1、v_2；

c) 在实验室参照系中，粒子 m_1 的末速度。

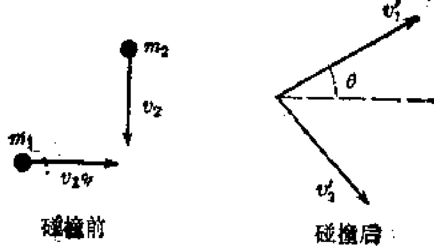


图 1·8·7

B-6 一个沿 x 轴以速率 $v_0=1.00\times10^7\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 运动的质子与另一个静止的质子作弹性

碰撞。碰撞后，一个质子在 x-y 平面与 x 轴成 30° 角运动，求碰撞后两个质子各自的速度(大小和方向)。

B-7 一个沿 x 轴以速率 $1.00\times10^7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 运动的质子与一个静止的铍核发生弹性碰撞。碰撞后，观察到 Be 核在 x-y 平面与 x 轴成 30° 角运动。求

a) 在实验室参照系中，铍核的速率。

b) 在实验室参照系中，质子的末速度。

c) 在质心参照系中，质子的末速度。

注：铍核质量和质子质量之比为 9:1。

B-8 一个质量为 100g、半径为 2.00cm 的气浮圆盘，在水平桌面上运动，当它碰到另一个质量为 200g、半径为 3.00cm 的静止气浮圆盘时，速率为 $150\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$。在碰撞瞬时，二圆盘中心连线和 100g 圆盘的原来运动路线成 60° 角。如果圆盘与桌面及圆盘间都无摩擦，求碰撞后每个圆盘的运动速率和运动方向。

B-9 在实验室参照系中以线速率 v 运动的物体 m_1 同一个在实验室中静止的物体 m_2 碰撞。碰后观察到质心参照系中的动能因碰撞损失的因子是 $(1-\alpha^2)$。求在实验室参照系中能量损失百分之几？

B-10 a) 一个质量为 m 的粒子同一个质量为 $M>m$ 的静止粒子发生完全弹性碰撞。入射的粒子偏转了 90° 角。问质量较大的粒子的反弹方向与 m 的原始方向之间的夹角 Θ 是多大？

b) 若碰撞中相对质心系的动能损失因子为 $1-\alpha^2$，原始静止粒子的反弹角是多大？

B-11 动能为 1MeV 的质子与一静止的原子核做弹性碰撞，前进方向偏转了 90°。设质子碰后的能量是 0.80MeV，求靶核的质量(以质子质量为单位)。

B-12 一个质量为 1kg 的圆盘以 $6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率向正北方运动，它与一个质量为 2kg 的静止圆盘碰撞。碰撞后，1kg 的圆盘以 $2\sqrt{2}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率由原方向偏东 45° 运动。求：

a) 2kg 的圆盘碰撞后的速度。

b) 在质心参照系中动能的损失部分。

c) 在质心参照系中，1kg 的圆盘的散射角。

B-13 一个质量 $m_1=2\,\mathrm{kg}$ 的"粒子"以速度 $\boldsymbol{v}_1=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}\,(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$ 运动。它与第二个质量 $m_2=3\,\mathrm{kg}$，运动速度为 $\boldsymbol{v}_2=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}\,(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$ 的粒子做完全非弹性碰撞。求：

a) 复合粒子的速度。

b) 碰撞前二粒子在质心参照系中的动能。

第九章 力

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十二章。

1. 由于表面张力，肥皂泡内部压力 $(P+\Delta P)$ 大于其外部压力 (P)。试证明：对于半径为 R 的球形肥皂泡，用压力微分 ΔP 表达的表面张力公式为

$$\sigma=\frac{R}{4}\Delta P$$

A-1 一个 3kg 的物体，其运动方程为 $x=6t^2-2t^3$ (x 以 m，t 以 s 为单位)，当 $t=4\,\mathrm{s}$

时，作用在物体上的力(以 N 为单位)是多少？

A-2　两个物体 $m_1=4\,\text{kg}$ $m_3=2\,\text{kg}$ 用不计重量的绳索通过完全无摩擦的滑轮连接到第三个 $m_2=2\,\text{kg}$ 的物体，m_2 在具有摩擦系数 $\mu=1/2$ 的长桌上运动，如图 1·9·1。

若系统从静止状态被释放，m_1 的加速度多大？

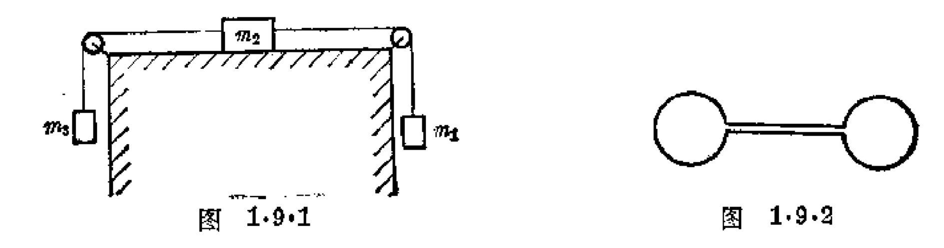


图 1·9·1　　　　图 1·9·2

A-3　如图 1·9·2，若当两个内径相同的肥皂泡被一个细管连通时，会发生什么情况？

B-1　在轨道上高速滑行的火箭橇，其下面装有如图 1·9·3 所示的带枢轴的托板，托板的两端带有可更换的摩擦减速垫。减速垫与轨道的摩擦系数为 μ。在火箭橇运行中，减速垫材料的磨损速率正比于作用在垫上的摩擦力。如果已知枢轴中心点 P 位于轨道上高 h 处，为使二减速垫以同样的速率磨损，P 点与两垫间的竖直中心线的水平距离 x 应为多大？

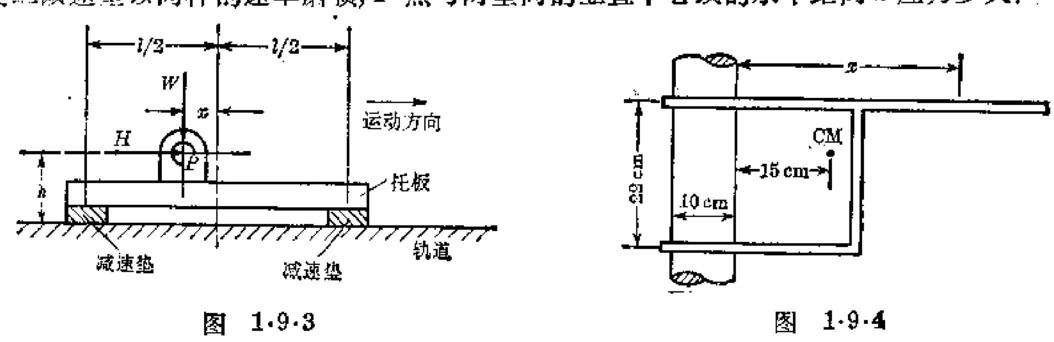


图 1·9·3　　　　图 1·9·4

W——图中托板所承受的荷重；H——在托板支点上的水平分力；l——两减速垫中点的间距

B-2　能在竖直杆上上下滑动的可调支架有很多用途，图 1·9·4 中示出一个这种支架及其恰当的尺寸。如果把一个比支架重 50 倍的负载放在支架上的 x 位置处，在不使支架滑动的条件下，求 x 的最小值。杆与支架的静摩擦系数为 0.30。

B-3　图 1·9·5 所示的质量为 M 的立方体斜靠在墙上，不计墙与立方体的摩擦，而地面与立方体的摩擦刚好维持立方体不产生滑动。当 $0<\theta<45^\circ$ 时，求作为 θ 函数的最小摩擦系数。用对应于 $\theta\to 0$ 和 $\theta\to 45^\circ$ 时的 μ 值及对应于 $\mu=1$ 时所计算出的 θ 值，验证你的答案是否合理。

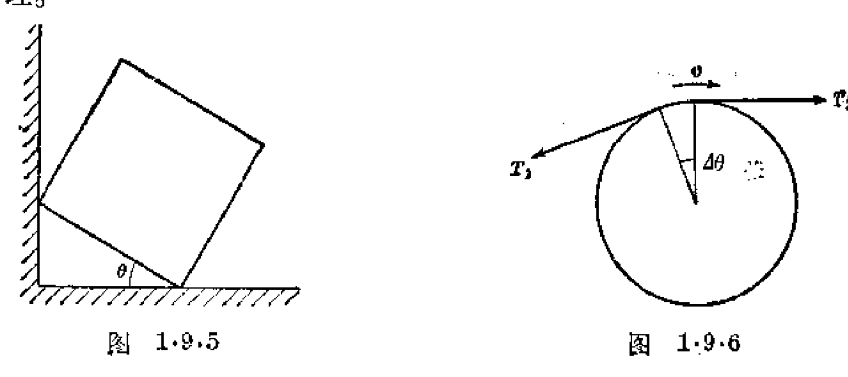


图 1·9·5　　　　图 1·9·6

B-4 a) 以低速 v 运动的绳子摩擦一圆柱，见图 1·9·6。绳子偏离直线的小角度 $\Delta\theta \ll 1\,\mathrm{rad}$。设绳在圆柱一边的张力为 $T+\Delta T$，在另一边的张力为 T，求由于摩擦而导致的张力差值 ΔT。

b) 如果绕在圆柱上的绳子两端成一有限角 α，拉绳子使其滑动，对上题所得方程积分来求得绳子两端张力之比。

B-5 将 5 g 的子弹水平地射入在水平面上静止的 3 kg 的木块中。子弹嵌入木块后木块沿水平面滑动 25 cm，求子弹的速度。已知木块与水平面间的摩擦系数为 0.2。

B-6 在汽车肇事现场的调查中，警察测得汽车 A 与汽车 B 相撞前留下的刹车印迹长为 45.72 m。已知车轮与现场路面的摩擦系数不小于 0.6。证明刚好在事故发生前车 A 超过了限定的极限速率 45 mph。

注：60 mph $=26.82\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。重力加速度 $g=9.75\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

B-7 一物体贴在长 1.00 m、倾角 20° 的光滑斜面的下端。若斜面沿桌子以加速度 $a=4.00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 做加速运动，问物体滑到斜面上端需多长时间？

B-8 质量为 m 的滑块沿倾角为 θ 的斜面向上滑动，滑动摩擦系数 $\mu<\mathrm{tg}\,\theta$。令 $m=1.00$ kg，$\mu=0.20$，$\theta=30°$。如果将滑块沿斜面上抛的初速度为 $3.00\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，问

a) 它能沿斜面上滑多远？

b) 上滑与返回起点所需的时间多长？

c) 在此过程中有多少能量转变为损耗热？

B-9 在图 1·9·7 所示的安排中，斜面长 130 cm，其上端在下平面之上 50 cm。滑块 M_2 放在斜面上，质量为 60 g。滑块 M_1 质量为 200 g，两滑块之间的静摩擦系数为 0.50，下滑块与斜面间的摩擦系数为 0.33。一力 F 平行于斜面向上施于下块，求：

a) 在上块刚要滑动时下块的加速度。

b) 在保证上块不相对下块滑动时，F 的最大值。

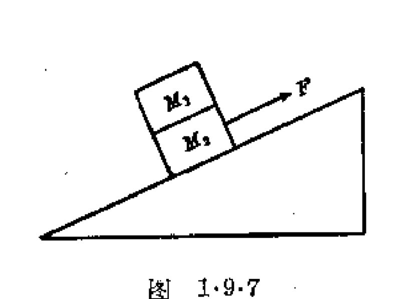


图 1·9·7

v / v_0 / 冰区 / 断冰区 / 冰区 / x_0 / x_0+L / x

图 1·9·8

B-10 质量为 m 的冰球，在冰球场上做无摩擦滑动，当它遇到一小段宽为 L cm 的断冰区时，速度为 $v_0\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$，此处摩擦力正比于速度。求速度作为 x 的函数的表达式，并画完图 1·9·8 v-x 曲线图。

B-11 当肥皂泡的半径有一微小增量 ΔR 时，为反抗表面张力作功，从而导致表面能增加 ΔE。每改变单位表面积所产生的表面能变化 $\epsilon=\dfrac{\Delta E}{\Delta A}$，称为比表面能。从功能关系求出比表面能对于肥皂泡半径 R 和增压 ΔP 等的依赖关系，求比值 σ/ϵ（见图 1·9·9）。

B-12 一辆空调校车开到铁路交叉口时，一个孩子把氢气球系到坐椅上。从图 1·9·10 中可以看到系球线偏向车行方向并和竖直方向成 30° 角。这时司机给车加速还是减速？加

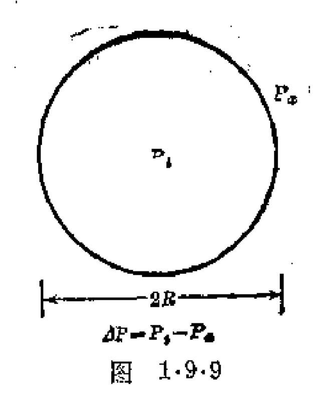


图 1·9·9

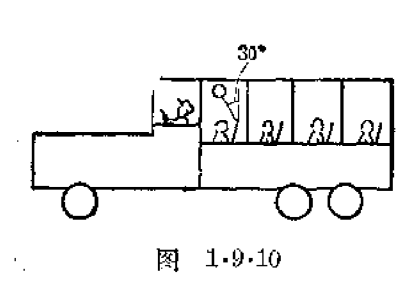


图 1·9·10

速或减速多少？（公路巡视人员应该表扬司机的驾驶技术吗？）

B-13 一个在平面上运动的带电粒子和磁场 $\boldsymbol{B}$ 成直角。证明此粒子的运动路径为圆，并求圆的半径。粒子绕轨道一周所需时间是多少？此结果对于回旋加速器的运转很重要，为什么？

C-1 如图 1·9·11 所示，在水平杆上有一可自由移动的环，环上系一条 1.52 m 长的绳子，绳上悬挂一质量为 1000 g 的物体。同时将系在该物体上的第二条绳跨过固定在杆上的滑轮，并在此绳的另一端加砝码 W，直加到环刚要滑动为止。设环与杆间的静摩擦系数为 0.75 滑轮位于环的左侧 2.54 m 处。求：

a) 环刚要滑动时，砝码 W 的数值。

b) 1.52 m 长的绳上的张力。

c) 角 θ。

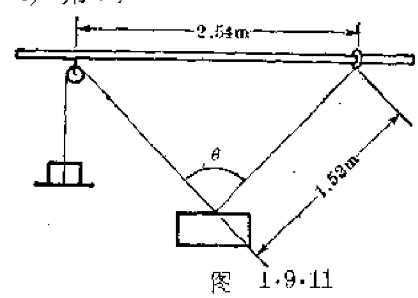


图 1·9·11

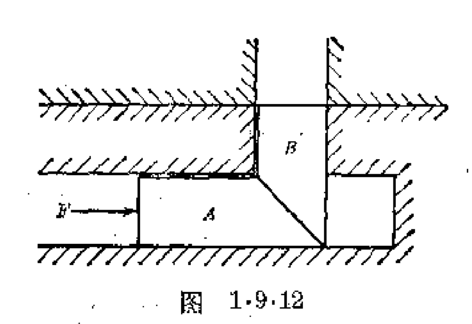


图 1·9·12

C-2 竖直插销的简化侧视图如图 1·9·12. 下端部件 A 可沿水平槽向前推动。槽面光滑到可不计摩擦，但与水平面成 45° 夹角的 A 与 B 的接触面具有静摩擦系数 μ。设 B 的质量为 m，为使插销启动，水平地加在 A 上的最小力 F 是多大？

C-3 一个重为 W 的质点静止在粗糙的斜面上，斜面和水平面的夹角为 α。设静摩擦系数为 $\mu=2\operatorname{tg}\alpha$。水平力 $\boldsymbol{H}$ 沿斜坡的横向作用在质点上，为使质点移动，求：

a) $\boldsymbol{H}$ 的最小值 H_{min}。

*b) 质点的移动方向与图 1·9·13 所示虚线（即自由下滑方向）之间的夹角。

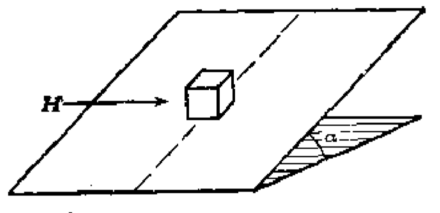


图 1·9·13

C-4 一瓶密闭的汽水，其内部的计示压力为 $3.00\times10^{2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$。水的表面张力是 $7.3\times10^{-2}\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$（假设此值也是接触 CO_2 气体的水的表面张力值）。当缓慢地打开瓶塞时，如果在局部成核

* 原文遗漏，译者参照原文答案，作了补充。——译者注

中心开始形成的气泡大于某一临界尺寸，一个气泡就会在液体内生成，计算在上述条件下气泡的临界大小。

C-5 一电量为 q、质量 m 的粒子在并存的电场 E_y 与磁场 B_z（场的其它分量为零）中运动。

a）写出粒子的运动方程。

b）对该方程进行伽利略变换，新老坐标的变换关系是：

$$x'=x-(E_y/B_z)t$$
$$y'=y$$
$$z'=z$$

c）有关带电粒子在互相垂直的电场与磁场中的运动能得出什么结论？

第十章 势 和 场

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十三、十四章。

A-1 质量为 m 的物体和弹性系数为 k 的弹簧碰撞（见图 1·10·1），求在什么位置 m 的速率第一次为零？忽略弹簧质量。

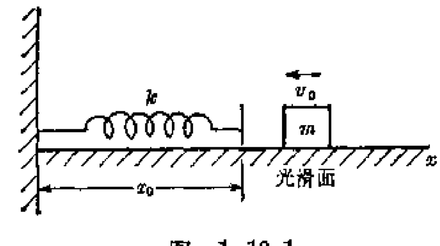


图 1·10·1

A-2 某弹簧的弹性系数为 k，如果在线性范围内，以恒力 F 将它拉到新的平衡长度，证明对于离开新平衡位置的位移其弹性系数不变。

A-3 一中空的球形人造行星在空间不受阻力地运行，其内部有一质量为 m 的小粒子，问此粒子在行星内部的平衡位置在哪一点？

A-4 为使物体脱离地球引力场必要的速率（近似地）为 $11.27\,km\cdot s^{-1}$。若某星际探测器刚超出大气层时得到初速度 $12.89\,km\cdot s^{-1}$，求当它距地球 16.09 km 时，以多大速率相对于地球运行？

A-5 若地球所带的净电荷为 1.00 C，求它的电势。

A-6 半径为 0.50 m 的球壳，均匀地带电，电势为 10^6 V，求球壳上的电荷量。

A-7 在没有电火花（或电晕放电）的情况下，压力为一个大气压的干燥空气所能承受的最大电场强度约为 $31\,kV\cdot cm^{-1}$。今有一孤立的、直径为 20 cm 的光滑球，试计算在不使空气击穿的情况下，它所能达到的最大电势。

B-1 质量为 0.6 kg 的物体沿 x 轴在无摩擦的轨道上自由运动，在下面的每种情况下，物体均在 $t=0$，$x=0$ 启动。

a）在力 $F=3+4x$（N）（式中 x 以米为单位）的作用下，物体沿 x 轴方向移动 3.00 m，求：

(1) 物体所获得的速度；

(2) 物体在该点的加速度；

(3) 在该点对物体所用的功率；

b）沿 x 轴物体在力 $F=3+4t$（N）（式中 t 以秒为单位）的作用下，运动 3.00 s。求：

(1) 物体所获得的速度；

(2) 物体在该时刻的加速度;

(3) 对物体在该时刻所用的功率。

B-2, 3, 4。 力 $\boldsymbol{F}=1.5y\boldsymbol{i}+3x^2\boldsymbol{j}-0.2(x^2+y^2)\boldsymbol{k}$(N) 作用在质量为 1.00 kg 的质点上。在 $t=0$ 时, 质点位于 $\boldsymbol{r}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$(m), 并以速度 $\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$) 运动。

B-2 当 $t=0$ 时, 求:

a) 质点的受力; b) 质点的加速度;

c) 质点的动能; d) 动能的变化率。

B-3 当 $t=0.01$ s 时, 求上述质点的近似位置、速度和动能。

B-4 该质点在力 $\boldsymbol{F}$(加一确定的约束力)的作用下, 在无摩擦的轨道上从点(0, −1, 0)运动到点(0, +1, 0)。当轨道为以下情况时, 求力 $\boldsymbol{F}$ 所做的功:

a) 沿 y 轴的直轨道;

b) 在 x-y 平面上的圆轨道, 此力是保守力吗?

B-5 小车沿倾斜轨道无摩擦地下行, 轨道下部卷成半径为 R 的圆环。若使小车通过圆环而不离开轨道, 应从圆环顶上多大高度 H 处释放小车?

B-6 无摩擦的滑道最下端是半径为 R 的部分圆柱面, 在图 1·10·2 所示的竖直线两边, 柱面对中心的张角均为 θ。滑道的起点距其最低点的高度为 H。一质量为 m 的小物体在其起点从静止开始下滑。求 m 滑离滑道以后, 所能抛射的最大高度 x。

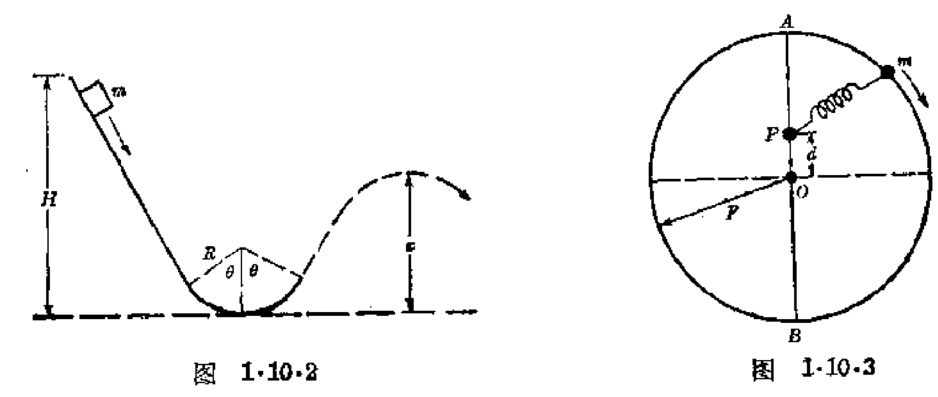


图 1·10·2　　　　图 1·10·3

B-7 如图 1·10·3 所示, 质量为 m kg 的小滑块用弹簧连接到 P 点, 弹簧松弛时的长度可忽略, 弹簧的弹性系数为 k($\mathrm{N\cdot m^{-1}}$)。P 点的位置可以调节, 但一次调好后固定。滑块能够在半径为 R 位于竖直平面内的圆环的外表面上无摩擦地自由运动。令 $OP=d$ 如果滑块从圆环顶 A 点从静止状态开始下滑, 而且当它通过最低点 B 时, 即将与圆环脱离接触, 求 d。

B-8 长为 L m 每米重为 M $\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$ 的柔软粗缆绳挂在半径、质量及摩擦均可忽略的滑轮上, 起初此缆恰好平衡。给以轻微推力使它失去平衡并开始加速运动。求尾端飞离滑轮时缆绳的速率。

B-9 在重力作用下, 在半径为 R 的无摩擦的球顶上, 一质点从静止开始沿球面下滑。试求它刚飞离球面时的位置在起点下面多远处?

B-10 质量为 1360.8 kg 的小汽车装有功率为 6.25×10^4 W 的发动机, 以恒速 13.4 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 在平路上行驶时, 汽车需 20 hp(1.47×10^4 W)。如果摩擦力不变, 问在此同样速率下, 汽车能爬升的最大坡度是多少? (确定坡路与水平面的夹角或该角度的某种函数。)

B-11 重 1000 kg 的汽车用功率为 120 kW 的发动机推动。如果该发动机在 60 $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$

的速率下发出这样的功率，求在这种情况下汽车的最大加速度。

B-12 铅球、铁饼和标枪的世界纪录(1960)分别为 19.30 m、59.87 m 和 86.09 m。上述投掷物的质量分别为 7.25 kg、2 kg 和 0.8 kg。假定每个冠军运动员投掷时都从离地面 1.80 m 的高度开始，投掷仰角为 45°，比较他们破纪录时所做的功。不计空气阻力。

B-13 某一半径为 R、质量为 M 的球体，其体内密度均匀。求引力场强度和引力势，请表示成到球心距离的函数，并图示计算结果。

B-14 求距球形体表面为 x 的点 P 处的引力加速度 $\boldsymbol{a}$，此球形体半径为 R，密度为 ρ，内有半径为 $R/4$ 的球形空腔。腔心位于 PC 延长线上，距大球心 O 为 $R/4$ 处，见图 1·10·4。

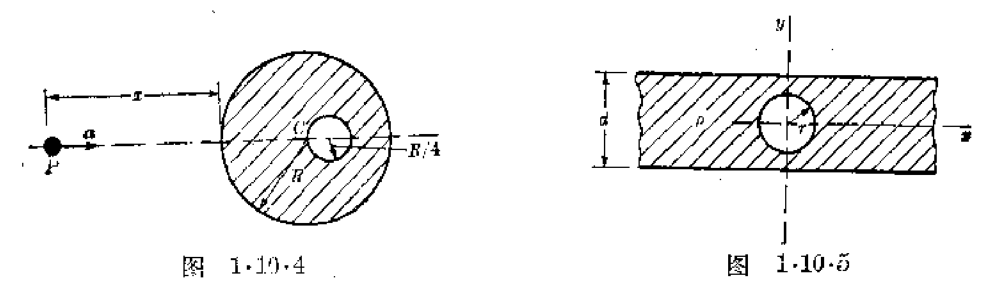


图 1·10·4　　　　图 1·10·5

B-15 有一厚度为 d 材料密度为 ρ 的无限大平板。在坐标原点切出一个半径为 r(小于 $\frac{d}{2}$)的球形腔(见图1·10·5)。

a) 如果一质量为 m 的小物体放在 y 轴上任意一点 Y，求作用在 m 上的引力。

b) 画出作为 Y 的函数的引力曲线。

B-16 一质量为 m 的小物体，在引力作用下沿椭圆轨道绕较大的物体 M 运动。椭圆的偏心率为 e，长半轴为 a(设 M 保持静止)。计算物体的总能量(动能和势能)。

注：能量 E 与 e 无关。

B-17 a) 用椭圆轨道推导开普勒第三定律。

b) 在单位质量具有一定总能量的条件下，证明所有轨道具有相同的周期。(为简化起见，假设 $m \ll M$。)

B-18 通常，一个电容器由带有等量反号电荷的二金属导体组成。其电容 C 定义为导体所带的电荷与它们之间的电位差之比

$$C = \frac{Q}{\Phi_2 - \Phi_1} \text{(F)},$$

求半径各为 A 和 B 的两个同心球壳的电容。

C-1 不计质量的弹簧挂一 25 g 重的钩子，弹簧的弹性系数为 $k = 15.3\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$。有一质量 $m = 50$ g 的物体从高为 $h = 9.0$ cm 处落到静止的钩上，发生完全非弹性碰撞。求物体 m 碰撞后下落的最大距离。

C-2 用泵使水流经一光滑的软管。管的喷口截面为 5.5 in² (3.55×10⁻³ m²)，喷口指向水平面上 30° 角。水流轨迹的顶点在喷口所在的水平面之上，高为 16 ft (4.87 m)。而泵的入口与一个大贮水池相连，池水水面保持在喷口下 8 ft (2.44 m) 处。如果泵与驱动电动机的总效率是 60%，问电动机从馈电线中抽取的功率是多少 kW？[水的密度为 $62.5\,\text{lb}\cdot\text{ft}^{-3}$ ($1.04\times10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)。]

C-3 以大气压为单位估计月球中心的压力 [1 大气压 $=1.02\times10^6\,\text{dyn}\cdot\text{cm}^{-2}$ (1.02×

$10^5 N\cdot m^{-2}$)]。取用以下有关月球的数据:

质量——7.0×10^{22} kg,

半径——1740 km,

表面重力加速度——160 cm·s^{-2},

平均密度——3.34 g·cm^{-3}。

C-4 把一质量为 m_1 的岩石,从地球表面移到月球表面,最少需做多少功?

C-5 一质量为 m 的卫星以圆轨道绕质量为 M 的行星运动($M\gg m$),见图 1·10·6。若此行星的质量突然减小一半*,卫星可能发生什么情况?指出它的新轨道。

* 现象的发生:卫星处于距行星较远的轨道上来监视行星上核装置的实验。行星的质量被炸掉一半,不直接影响到远处的卫星。

图 1·10·6

C-6 从地球表面附近发射一个星际探测器,为使其以相对于太阳为 10 mi·s^{-1}(16 km·s^{-1})的剩余速率飞离太阳系,发射的最小速率是多少?已知地球在轨道上的速率是 18.5 mi·s^{-1}(29.77 km·s^{-1})。如果希望当探测器脱离太阳时在预定的方向运动,那末可能有的最大发射速率是多少?

C-7 要把一个太阳探测器射入近日距为 0.010 A. 的轨道,其周期与地球的相同,飞行期间纪录的数据可在发射后一年传到地球。问此探测器需以什么速率,什么方向(相对于地球-太阳连线)从地球发射?地球的轨道速率为 30 km·s^{-1}。

第十一章 单位和量纲

A-1 求下列各量的量纲:

a) 弹簧的弹性系数; b) 功;

c) 转矩; d) 表面张力;

e) 摩擦系数; f) 粘滞系数;

g) 引力场(强度); h) 电场(强度);

i) 磁感应(强度); j) E/B。

A-2 证明量 $(\varepsilon_0 c)^{-1}$ 具有电阻的量纲。算出其数值。

A-3 M、J 是两位在不同行星上成长的宇宙物理学家。在一次旨在探讨建立一个普适单位制的星际计量会议上,二人相遇。M 自豪地介绍了地球上各文明地区使用的 $MKSA$ 单位制的优点;J 也同样自豪地说明了在太阳系其它地区使用的 $M'K'S'A'$ 单位制如何完美。若两种单位制中,质量、长度和时间的基本单位之间的换算因子分别是 μ, λ 和 τ,即

$$m'=\mu m,\ l'=\lambda l,\ t'=\tau t$$

那末,在两种单位制之间,速度、加速度、力和能量等单位的变换因子是什么?

A-4 用量纲分析导出图 1·11·1 所示单摆的周期与单摆的各物理参量之间的关系式。

B-1 若长度以 A.、时间以年为单位度量,试求出 GM_s 的数值。(G——万有引力常数;M_s——太阳质量。)

B-2 如果把同样平均密度的材料用于太阳和行星,来构成一个太阳系的标度模型,而

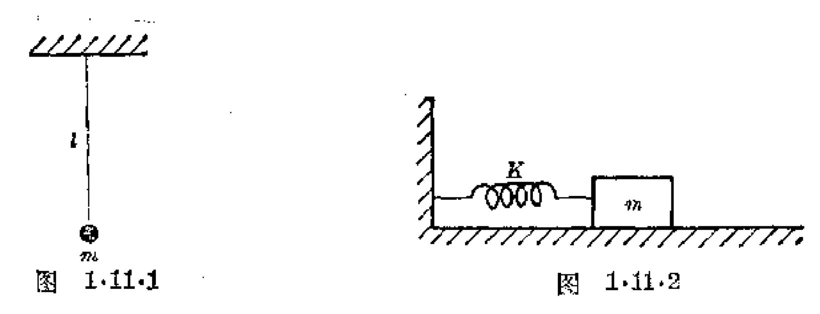


图 1·11·1　　　　图 1·11·2

此模型的全部线度都用一个尺度因子 k 来约化。那末，行星的旋转周期将如何依赖于 k?

B-3　从量纲分析求出图 1·11·2 所示的物体–弹簧系统的振动周期与 m、K 等量的依赖关系(忽略摩擦)。

B-4　长为 l 的绳端部系一个质量为 m 的物体，此物体以速率 v 做圆周运动(忽略重力)。求绳所受的张力和物体 m 的法向加速度如何随所给的参量变化。

B-5　以倾角 θ 及初速率 v 把质量为 m 的物体射出。求出飞行的水平路程及飞行时间与已知量的关系。

B-6　一个半径为 R、密度为 ρ 的液滴，可由于表面张力 σ 作为回复力而产生振动。求振动周期如何依赖于 R、ρ 及 σ。

B-7　一个大学生发现能用改变金属线张力的办法给家用钢琴调音。若频率反比于线长，求频率如何依赖于线长 l、张力 T 和线的密度 σ。

B-8　在深海上观测到水波的传播速率 v 依赖于波长 λ，而与振幅无关。求水波速率应如何依赖于水波的波长及水的密度。

C-1　一个容积等于 V 的盒子内盛有 N 个质量均为 m 的粒子，粒子在各个无规方向上以速率 v 运动。用量纲分析法求出这种气体的压力如何依赖于 N、V、m 和 v。你能够得出一些用以说明绝对温度性质的结论吗?

C-2　试证明将牛顿引力定律 $F=\frac{GMm}{R^2}$ 应用于圆形轨道运动，可导出开普勒第三定律 $R^3/T^2=$常数。用量纲分析检验结果。

第十二章　相对论性运动学和动力学　质能等效性

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十五、十六章。

A-1　从洛仑兹变换式中解出用 x'、y'、z'、t' 表示的 x、y、z、t。

A-2　写出洛仑兹变换的微分形式 $dx=\gamma(dx'+\beta c\,dt')$ 等，由此导出用 v'_x 与 v 等表示的 $\frac{dx}{dt}=v_x$，对 $\frac{dy}{dt}=v_y$ 也作同样处理。

A-3　一个粒子在一个坐标系中沿 x 轴的速度为 v_x，加速度为 a_x。有另一坐标系 S' 相对于第一坐标系以速度 v 运动。问粒子在 S' 系中的速度和加速度如何?

A-4　一个长 $L=5\,\text{m}$ 的棒静止在坐标系 S 中，它对 x 轴的取向角为 $\theta=30°$。今有坐标系 S' 相对于第一坐标系以速率 $v_x=c/2$ 运动，求观察者在 S' 系中观测到的棒的表观长度和取向角是多少?

A-5　一个 μ 介子产生在大气高层中，衰变前以速率 $v=0.990\,c$ 行进 $5.00\,\text{km}$。

a) 我们所测量到的 μ 介子寿命以及在其自身参照系中所表现的寿命各有多长?

b) 在自身参照系中测量到该介子所穿过的大气层厚度是多少?

A-6 证明一个电子的静止能量 $m_ec^2=0.511\,\mathrm{MeV}$。

B-1 一个静止质量为 m_0 的粒子作这样的直线运动,其坐标为

$$x=\sqrt{b^2+c^2t^2}-b$$

为了产生这种运动,必须在粒子上加怎样的力?

B-2 美国1965年的全部发电量为 $1.05\times10^{12}\,\mathrm{kW\cdot h}$。

a) 在此过程中,有多少质量转换成能量。

b) 设在氘变为氦的过程中,质量亏损全部转变为可利用的能量(忽略一些中微子造成的损失),为了提供发电所必要的氘,每秒钟需要多少重水?

注: $M_{\mathrm{H^2}}=2.0147\,\mathrm{u}$。

$M_{\mathrm{He^4}}=4.0039\,\mathrm{u}$。(u: 原子质量单位)

B-3 从太阳入射到地球大气层顶部的全部总功率约为 $1.4\,\mathrm{kW\cdot m^{-2}}$。假若这能量全部是从普通氢转变为氦的过程中产生的。求太阳每秒烧掉多少吨氢(忽略转变过程损失到中微子的部分)。

C-1 a) 计算以光年·年$^{-2}$为单位的重力加速度。

b) 如果在一个孤立的宇宙飞船上的乘客感觉飞船是以地球表面上的重力加速度做匀加速运动,在 $t=0$ 时刻,相对于飞船静止(无加速)的观察者观测到飞船已经这样飞行了5.00年,求这段时间飞船的飞行距离和末速度。

第十三章 相对论性的能量和动量

参阅《费曼物理学讲义》第一卷,第十六、十七章。

A-1 证明1 GeV* 的电子速率与光速 c 相差 8×10^6 分之一。

A-2 a) 用动能 T 和静止能量 m_0c^2 表示一个粒子的动量。

b) 一个粒子的动能等于其静止能量,求其速率。

A-3 一个质子的静止质量为 $m_p=938\,\mathrm{MeV}$。用间接方法在宇宙射线中检测到能量约为 $10^{10}\,\mathrm{GeV}$ 的质子。假设这种能量的质子径直地穿过一个直径约为 10^5 光年的星系空间。在质子参照系中测量,这需要多长时间?

B-1 一个带电量为 q、动量为 p 的粒子,在半径为 R 的圆周上运动。圆周面和磁场 B 垂直。

a) 如果 q 以电子电荷为单位、p 以 $\mathrm{MeV\cdot C^{-1}}$ 为单位,B 以高斯为单位,求 p、B 和 R 之间的关系(令 $q=Zq_e$)。

b) 一个动能 $E_k=60\,\mathrm{GeV}$ 的质子,在 $B=0.3\,\mathrm{G}$ $(0.3\times10^{-4}\,\mathrm{T})$ 的磁场中运动,其曲率半径是多少?

B-2 设计一个回旋加速器,使其能把质子加速到动能为 $150\,\mathrm{MeV}$。其磁感应强度用 $1.00\times10^4\,\mathrm{G}\,(1\,\mathrm{T})$。

a) 磁极部分的最小半径应为多少?

* 美国 $\mathrm{GeV}=\mathrm{BeV}=10^9\,\mathrm{eV}$,即千兆电子伏或京电子伏。——译者注

b) 加速电极的工作频率必须是多少?

c) 在粒子加速期间，考虑相对论性效应，驱动频率比须改变百分之几?

B-3 一个在实验室中静止的、质量为 M 的物体裂变为静止质量为 m_1 和 m_2 两部分。确定裂变物的相对论性动能 T_1、T_2。

B-4 一个静止的 π 介子($m_\pi=273\,m_e$)，衰变为一个 μ 介子($m_\mu=207m_e$)和一个中微子($m_\nu=0$)。以 MeV 为单位，求 μ 介子和中微子的动能和动量。

B-5 一个总质量为m的受激原子，在已知坐标系中静止，它因发射一个光子而损失能量 ΔE。在考虑原子反冲的情况下，计算光子的能量。

B-6 一个静止质量为 m_0 的粒子以速率 $v=4c/5$ 运动，它和一个相似的静止粒子进行非弹性碰撞，求:

a) 复合粒子的速率;

b) 复合粒子的静止能量。

B-7 贝克利(Berkeley)高能质子同步稳相加速器能把质子加速到足以产生质子-反质子对，其反应如下:

$$p+p \longrightarrow p+p+(p+p^-)$$

该反应的所谓阈能，对应于以下情况: 右端的四个粒子就象静止质量为 $M=4m_p$ 的单一粒子似的一起运动。如果靶质子被轰击前是静止的，那末，轰击的质子必须有多大的阈值动能?

B-8 计算用电子-电子碰撞的方法产生质子-反质子对的阈值动能。

$$e^-+e^- \longrightarrow e^-+e^-+p^-+p^+$$

可用: $m_e\approx0.5\,\text{MeV}$

$m_p\approx1\,\text{GeV}$

把这个能量与 p-p 碰撞所需的能量加以比较(见习题 B-7)。

B-9 一个质子-反质子对可由一静止质子吸收一个(γ)光子产生。

$$\gamma+p \longrightarrow p+(p+\bar{p})$$

问光子必需具有的最小能量 E_γ 是多少? (E_γ 以静止能量 m_pc^2 为单位来表示)。把 E_γ 与质子-质子碰撞(习题 B-7)及电子-电子碰撞(习题 B-8)所需要的能量作比较。

C-1 一个质量为M的质子与另一个静止的质子做正碰撞，产生一个$m\ll M$ 的 π 介子，

$$p+p \longrightarrow p+p+\pi$$

求:

a) 入射质子的最小动能;

b) 在阈值上介子的动能。

注: 动能和速度转换可以用非相对论性表达式。

c) 用非相对论性表达式产生的误差大约是多少?

C-2 一个处于静止或飞行中的 π^0 介子都可以衰变为两 γ-射线* (见图 1·13·1):

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma+\gamma$$

图 1·13·1

* 对此过程的测量曾推断出 π^0 介子的存在和它的质量值。——原书注

参阅: A. G. Carlson, J. E. Hooper and D. T. King, Phil. Mag. **41**, p. 701~724, (1950)。

注：一γ-射线是一个光子 $E_\gamma = p_\gamma c = h\nu$

a) 如果产生衰变前π^0的速度为$\boldsymbol{v}$，静止质量为m_π，且γ-射线的发射方向与$\boldsymbol{v}$成θ角，求γ-射线的能量，表示为m_π、v与θ的函数。

b) 发射出的γ-射线可能具有的最大能量和最小能量各为多少？相应的发射角又各为多少？

c) 你能找到一个不依赖于π^0速度的E_{max}和E_{min}的简单函数吗？它的物理意义是什么？

第十四章　二维转动　质心

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十八、十九章。

1．半径为R的刚性轮，在水平面上作无滑动地滚动。轮面竖直，轮轴以相对于水平面的速率V作水平移动。若轮轴平行于z轴，V沿x轴正方向，并设轮缘上某一点p与地面接触后轮子转过的角度为θ，试证明p点的瞬时速度（速率和方向）为

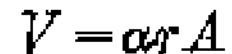
$$\boldsymbol{v} = V[(1-\cos\theta)\boldsymbol{i} + \sin\theta\boldsymbol{j}]$$

2．利用平面曲线（或面积）所扫过的曲面面积（或体积），可以算出弯曲的均匀细丝或均匀平面薄片的质心位置。

a) 证明图1·14·1(a)中平面曲线C，绕其所在平面内的O轴转过α角时，曲线扫过的面积等于曲线C的长度l乘以质心CM所移过的路程。即

$$A = \alpha r l$$

b) 证明图1·14·1(b)中面积为A的平面绕O轴转过α角时，它所扫过的体积等于面积A乘以质心CM移过的路程。即



$$V = \alpha r A$$

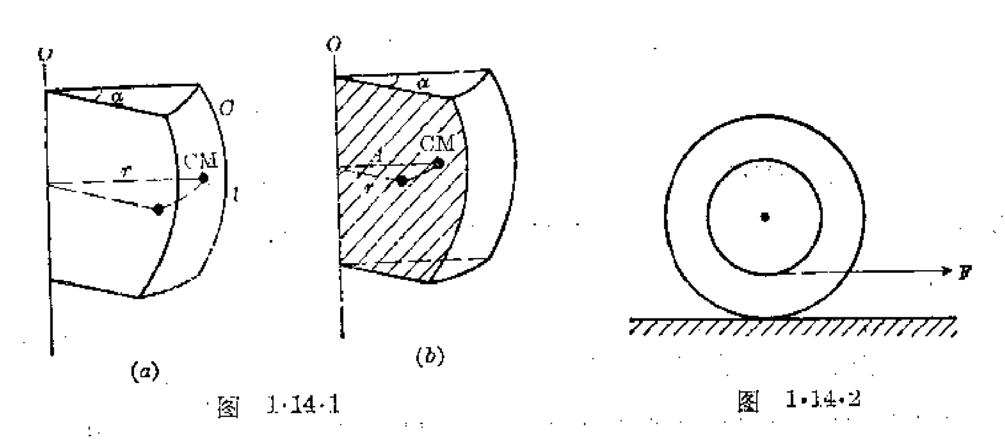


图 1·14·1　　　　图 1·14·2

3．证明任一质点系质心的运动和一个单个质点的运动一样，这个质点的质量等于所有质点的质量和，它所受的作用力等于作用在各个质点上的力的矢量和：

$$M\ddot{\boldsymbol{R}} = \sum_i \boldsymbol{f}_i$$

A-1　$\boldsymbol{F} = 30\boldsymbol{i} + 40\boldsymbol{j}$ N的力作用在$\boldsymbol{r} = 8\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j}$ m处的一点上。求：

a) 对坐标原点的力矩；

b) 力臂的大小；

c) 垂直于 r 方向上力的分量。

A-2 一空竹在水平桌面上可以无滑动地自由滚动，见图 1·14·2。若施加一水平力 F，那么它是沿力的方向还是沿相反方向滚动？为什么？

A-3 在什么纬度上地面一点的切向速率由于地球自转，比洛杉矶（北纬 34°）处的切向速率小 $200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$？

A-4 半径为 R 的圆绕与之相切的轴线 AA' 旋转而形成一个环，见图 1·14·3。求此环的体积。

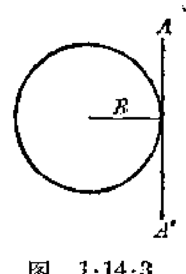


图 1·14·3

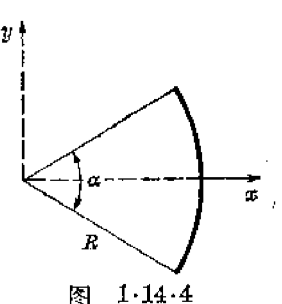


图 1·14·4

A-5 两个相距为 R，质量分别为 M 和 $2M$ 的质点，以角速度 ω 绕它们的质心转动。求转动动能。

B-1 长为 L 的一条均匀细丝，弯成半径为 $R(R>L/2\pi)$ 的圆弧，求它的质心位置；坐标原点选在圆心，x 轴通过丝的中心，如图 1·14·4 所示。

用这个结果求一扇形的质心，扇面是一均匀的金属薄片，半径为 R，圆心角为 α。

B-2 在一个密度均匀的圆盘上切去一个小洞，如图 1·14·5 所示。求其质心。

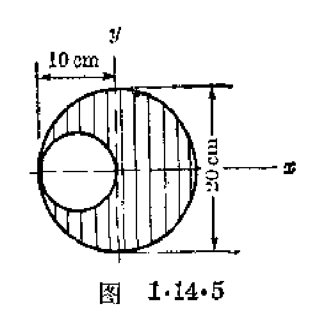


图 1·14·5

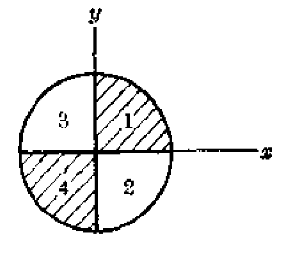


图 1·14·6

B-3 一圆柱体，在不同象限内具有不同的密度，横截面如图 1·14·6 所示，其中数字表示各象限的相对密度。若 x-y 轴的选定如图所示，求通过原点和质心的直线的方程。

B-4 将一个半径为 $\pi\,\mathrm{cm}$，质量为 $3\,\mathrm{kg}$ 的圆柱体切成三等分。另一个半径为 $\pi\,\mathrm{cm}$，质量为 $6\,\mathrm{kg}$ 的圆柱体也同样切开。然后各取一分用胶粘在一起，其位置如图 1·14·7 所示，半径 OA 保持水平。地板的摩擦阻力很大，不会发生滑动，而墙的摩擦则可忽略。求：

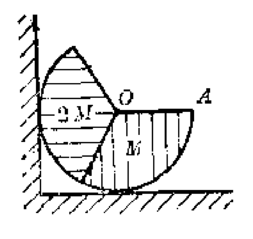


图 1·14·7

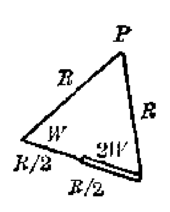


图 1·14·8

a) 物体对墙的作用力;

b) 如将墙移去,为了保持平衡,问沿着半径 OA 需在距中心 O 多远处放置一质量为 M 的质点?

注:扇形质心的位置,见习题 B-1。

B-5 长为 R 的棒,由长为 $R/2$ 粗细均匀的两段构成,其中一段的重量为另一段的两倍,见图 1·14·8。棒的两端用绳系住并挂在 P 点的钉上,每段绳长为 R。求静止后棒与水平线的夹角 α。

B-6 用厚度均匀的金属板作成一 L 形物体,并使其静止在无摩擦的水平桌面上。当物体在如图 1·14·9 所示的方向上遭到突然一击时,观察到物体无转动地移开,问打击点 P 离开顶点 O 多远?

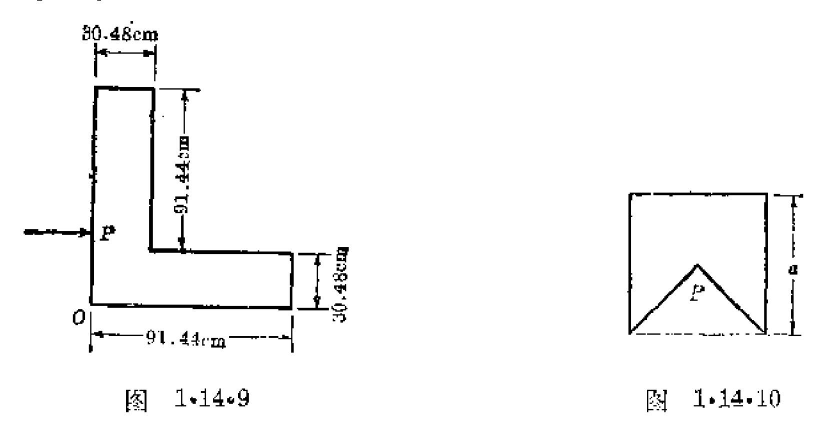


图 1·14·9　　　　图 1·14·10

B-7 从一正方形均匀金属片的一边切去一个等腰三角形(见图 1·14·10),将余下的部分支在顶点 P,将有随遇平衡,求切下的三角形的高。

B-8 质量为 M_1 和 M_2 的两物体,位于刚性杆两端,杆长为 L,质量可忽略,M_1 和 M_2 的大小比起 L 来也可以忽略。让杆绕着一个与其垂直的轴旋转,为了使杆的旋转角速度为 ω_0 时所需的功最小,转轴应穿过杆上哪一点?

B-9 某种简单节速器的基本部件如图 1·14·11 所示。在竖直轴上对称地安装一水平杆,杆上有两块可自由滑动的制动块。当轴转动时,制动块向两侧压在固定的圆筒状制动鼓内表面上。设每个制动块的质量为 m,其厚度与鼓的内径 r 相比可忽略,制动块同鼓之间的滑动摩擦系数为 μ。导出使节速器轴转动所需功率 p 的公式,用 r、m、μ 和 f 来表示。f 为轴的转动频率。

C-1 长为 L 的均匀砖块,放在一光滑水平面上。几块相同的砖如图 1·14·12 所示那样堆叠在上面,它们的侧面构成连续的平面,而端面则依次错开 L/a 的距离,其中 a 是整数。问按此法,在翻倒前能堆上多少块砖?

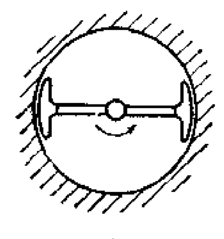


图 1·14·11

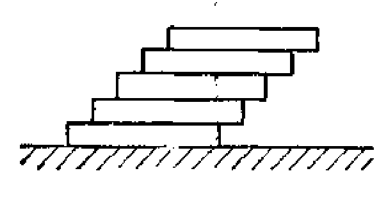


图 1·14·12

C-2　图1·14·13为一离心节速器，设计的要求是：当相连的机器转速达到120 rpm时，电源被切断。工作环 C 重10.0 lb(44.5N)，可无摩擦地在竖直轴 AB 上滑动。当 AC 间的距离减到1.41 ft(42.98 cm)时，C 切断电源。如果节速器构架的四臂在无摩擦连接点之间的长度各为1.00 ft(30.48 cm)，质量可忽略，那么质量 M 应为多大才满足设计要求？

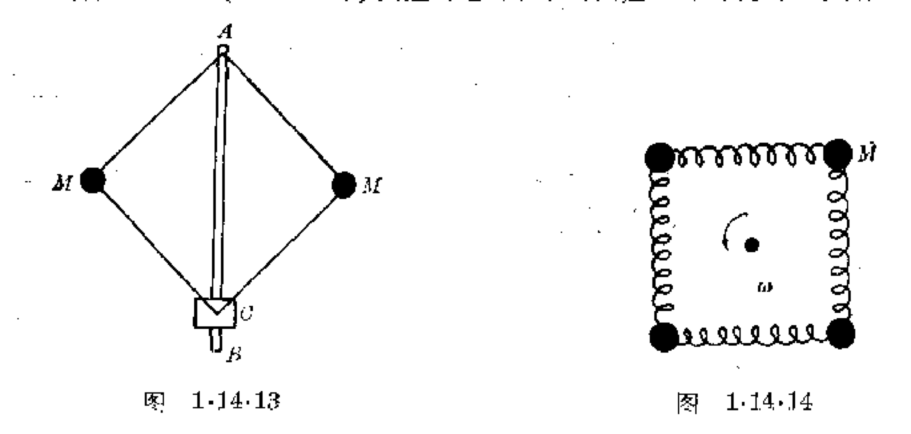


图 1·14·13　　　　图 1·14·14

C-3　用很轻的、弹性系数为 k 的弹簧将四个质量为 M 的小球连接起来，小球是在无场力空间的同一平面上，如图1·14·14所示。它们以角速度 ω 绕通过对称中心并垂直于所在平面的轴转动，弹簧的自然长度为 L，问平衡时弹簧伸长多少？什么条件决定系统是否可能处于稳定平衡？

第十五章　角动量　转动惯量

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第十八、十九章。

1．一质点在有心力场(即力的作用线通过一固定点的力场)中运动。试证此质点的角动量守恒，并证明此结果与行星运动的开普勒(Kepler)第二定律等效。

2．如果考虑到所有的力，包括惯性(赝)力在内，公式

$$\boldsymbol{\tau}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

对刚体是普遍正确的。如果在分析中不包括惯性力，则

$$\boldsymbol{\tau}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

在下述情况下，也是正确的。

1) 对刚体外的任一固定轴；

2) 对通过刚体质心的任一定向轴；

3) 对于给定瞬间，刚体转动所绕的轴(瞬时转轴)。

对以上叙述，你能证明几条？

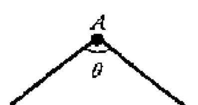


图 1·15·1

A-1　一长为 L，质量为 M 的均匀细直杆，在中点 A 处折成 θ 角。求相对于过 A 点且垂直于折杆所在平面的转轴的转动惯量。

A-2　一扇宽为 l，质量为 m 的薄而均匀的活板门，其下楞与水平地板绞连，并使之竖立。若令其倒下，求落到地板时的角速率。忽略绞

连处的摩擦。

A-3　绕在圆柱上的绳悬吊着一质量为m的物体。圆柱质量为M，半径为r，在摩擦可以忽略的轴承上转动，如图1·15·2所示。求m的加速度。

B-1　计算下列刚体的转动惯量。刚体质量均为m。

a）长为L的细、直均匀杆，绕通过杆的一个端点并与杆垂直的轴。

b）长为L的细、直均匀杆，绕通过杆的中心并与杆垂直的轴。

c）半径为r的薄壁圆筒，绕它的轴。

d）半径为r的实心圆柱，绕它的轴。

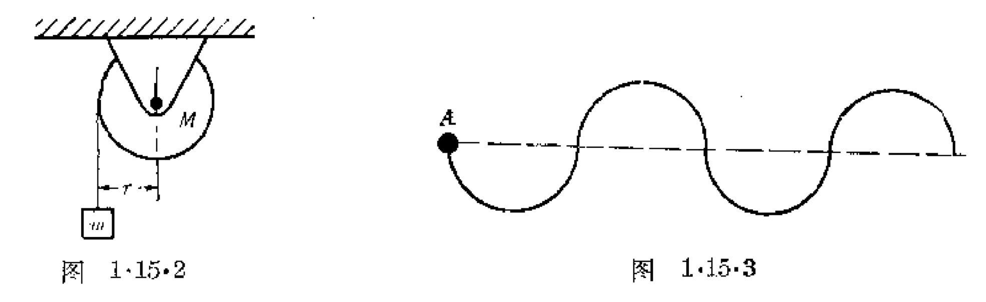


图 1·15·2　　　　图 1·15·3

B-2　一个物体由均匀细丝弯成半径为a的4个半圆作成，总质量为M，如图1·15·3所示。物体绕通过A点且垂直于图面的轴转动，求转动惯量。

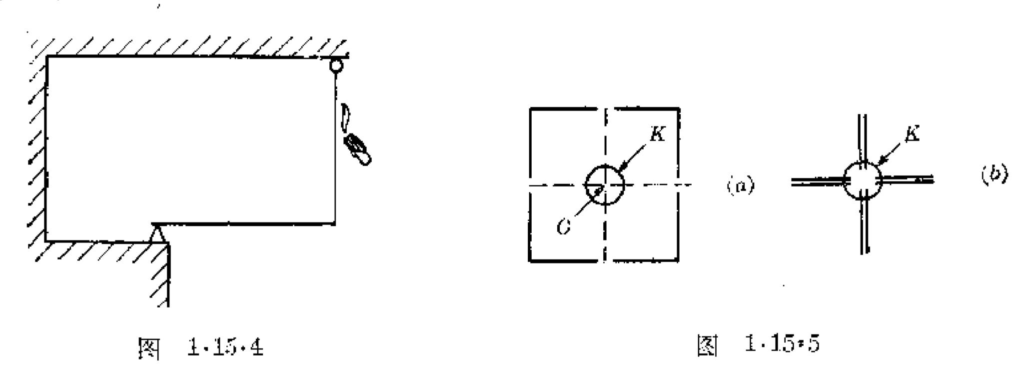


图 1·15·4　　　　图 1·15·5

B-3　质量为M、长为L的水平细杆，一端放在支点上，另一端用线吊起，如图1·15·4所示。求当线烧断时杆施加于支点的力。

B-4　长均为L、质量均为m的八根均匀细杆，固定在质量可忽略的框架（图1·15·5(a)中虚线所示）上，形成一正方形。使正方形绕一无摩擦的轴（过O并与框架平面垂直）以角速率$\omega_0\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$转动。旋转时，附在框架上有一内部机械装置$K$，具有绕$O$的不变转动惯量$\frac{40}{3}m\cdot L^2$，将正方形收缩成图1·15·5($b$)的十字形，求在此过程中，机械装置所作的功。

B-5　a）一对称物体，从静止开始沿高为h的斜面无滑动的滚下。物体绕其质心的转动惯量是I，质量是M，与斜面接触的滚动表面半径是r，求滚到底部时，质心的线速度。

b）应用a)的一般方程，求下面物体质心的速度。

i）球体

ii）圆盘

iii）质量为M_1、外半径为R_1的圆盘，带有质量为m_2、半径为r_2的滚动轴。

B-6　在与水平成θ角的环形传动带上，放一均匀圆柱体，其轴沿水平方向且与传动带

边垂直，圆柱体在传动带上滚动时无滑动。问传动带应怎样运动才能在释放时，圆柱体的轴不动？

B-7　两个质量相等、外表尺寸一样、看不出差别的圆柱体，沿斜面滚下，其中一个比另一个先到达底部，你能由此得出什么结论？通过计算证明你的两个圆柱体的组成模型是正确的。

B-8　半径为R的球，内含半径为r的球形同心空洞($r<R$)，见图1·15·6。在r和R之间，单位体积的质量ρ是一常数。求通过中心转轴，以R、r、ρ表示的，以及以r、R、总质量M表示的球体的转动惯量。

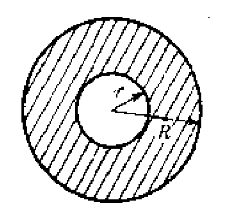


图 1·15·6

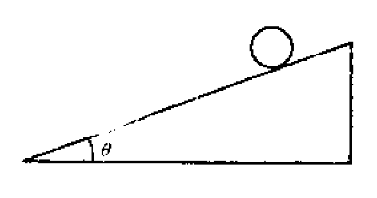


图 1·15·7

B-9　图1·15·7中一均匀实心球，放置在倾角为θ的斜面上。问球和斜面之间的静摩擦系数μ的最小值μ_0为多少时球才能无滑动地滚下。

B-10　一个线轱辘，由两个质量均为M、半径均为R的均匀圆盘和质量可忽略、半径为r的轴杆所组成，如图1·15·8所示。缠在轴杆上的线一端系在天花板上。现将轱辘在天花板下距离D处，由静止状态释放。

a）为了避免摆动，当释放轱辘时，线应与竖直方向成多大角度？

b）轱辘中心的下落加速度是多大？

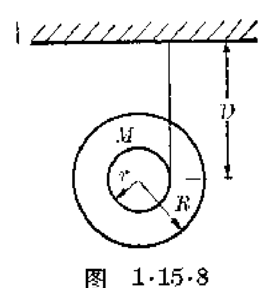


图 1·15·8

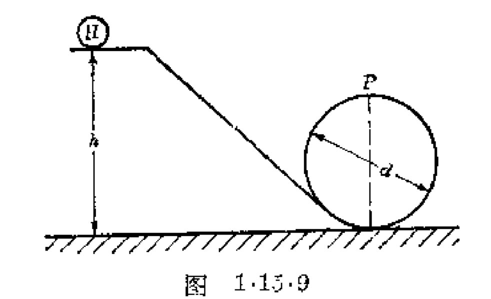


图 1·15·9

B-11　图1·15·9中，半径为r的圆环H无滑动地沿斜面滚下。开始时的高度h刚够使圆环得到“翻圈”的速度(即刚好使环在P点保持与圆轨道接触)，高h应是多少？

B-12　质量为m的充气玩具由系在其上的细绳控制着在水平桌面上运动。绳经过桌面上的一个小孔穿到下面。开始时桌面上绳长为r_1，以此为半径使物体作速率为v_1的圆周运动。然后通过孔向下拉绳，使留在桌面上的绳长为r_2，求：

a）m的末速率；

b）通过小孔拉绳(从r_1到r_2)所作的功；

c）利用能量守恒原理求保持半径不变所需力的大小。

B-13　质量为m、外径为R、转动惯量为I的空心圆柱，在水平桌面上作自由无滑动地滚动，见图1·15·10。与水平成α角的力F作用在内径r上。

a）若空心圆柱不向上离开桌面，求它的加速度。

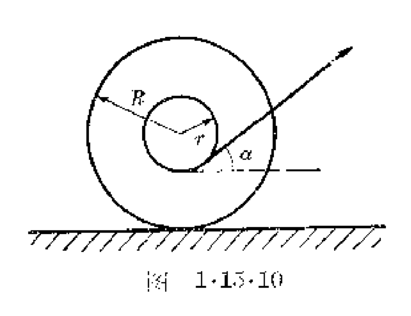


图 1·15·10

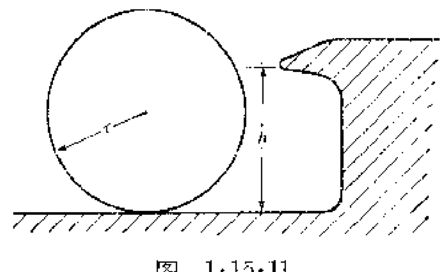


图 1·15·11

b) 为了提起空心圆柱，问沿 α 角的力 F 需多大?

B-14 球台的垫沿高为 h，球半径为 r，见图 1·15·11。为使以纯转动运动接近垫沿的球，在球和球台之间摩擦可忽略的情况下，以纯转动运动弹回，求比值 h/r。假设在碰撞时垫沿给球的力沿水平方向。

C-1 厚度均匀、质量为 M 的不规则金属板的质心在 C 点，见图 1·15·12。已知绕垂直板面且通过 A 点的轴的转动惯量是 I_A，当 r_1、r_2 和 r_3 满足什么条件时，绕 B 轴(也垂直于板面)的转动惯量，可表示为

$$J_B=I_A+Mr_3^2$$

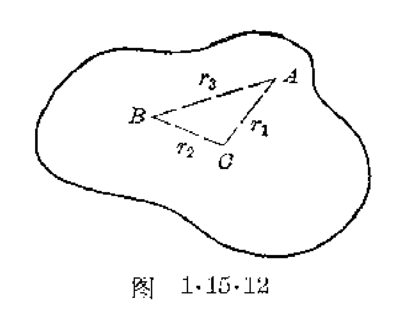


图 1·15·12

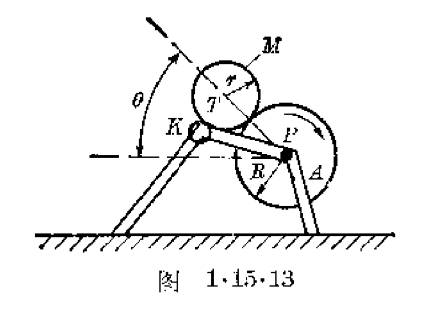


图 1·15·13

C-2 图 1·15·13 为一印刷机上加墨装置，K 是支撑牢固、可自由转动的加墨滚子，其转动惯量可忽略；P 是支撑牢固的印滚；T 是在 K 和 P 之间自由浮动的传递滚。T 是一个半径为 r、质量为 M 的实心圆柱，它总是在 K 和 P 上无滑动地滚动着，TP 中心连线与水平之上成 θ 角。在保持 T 与 K 接触的情况下，求 P 的最大角加速度 α_{max}。

C-3 长为 $2l$ 的均匀细杆，以角速度 ω_0 绕通过中心的固定竖直轴在水平面内转动。现将它轻轻放在摩擦系数为 μ 的水平桌面上。问需多少时间细杆停止转动? 设桌面对杆的支撑是均匀的(杆的每一长度单元都由正在它下面那部分的桌子支撑着)。

C-4 投掷一半径为 R、质量为 M 的均匀木球，使其开始时以速率 v_0 在摩擦系数为 μ 的小道上无滚动地滑动。问球走多远后开始无滑动地滚动? 这时速率多大?

C-5 一有趣的游戏是将食指按压水平桌面上的弹子，使其沿桌面射出时，具有初始线速率 V_0 和一个向后的转动角速率 ω_0，ω_0 是绕与 V_0 垂直的水平轴旋转，见图 1·15·14。弹子与桌面之间的滑动摩擦系数为常数，弹子半径为 R。

a) 弹子的 V_0、R 和 ω_0 之间成何关系时，弹子将滑至完全停止。

b) 弹子的 V_0、R 和 ω_0 之间保持何种关系时，弹子滑到停止后又向初始位置返回，其最终恒定线速率为 $\frac{3}{7}V_0$。

C-6 一个半径为 R、质量为 M 的均匀圆盘，可在以中心点 P 为支点的水平面内，以

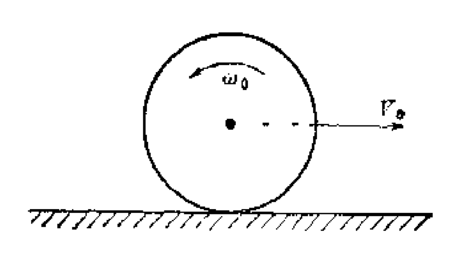


图 1·15·14

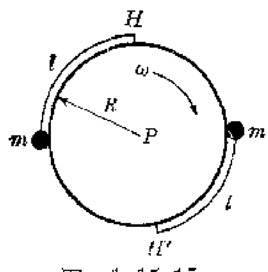


图 1·15·15

角速率ω自由旋转。二小物体m，用二根长为l，环绕盘沿的绳系着并钉在盘沿上，如图1·15·15所示。当圆盘旋转时，同时释放二小物体，而不干扰系统的角动量。当系着物体的绳向外展开到沿着径向时，将绳从钉子H和H'上松开，两个小物体飞离圆盘。求在此作用下，圆盘停止运动所需的绳长l。

注：此方法曾用于减小人造卫星飞行器的旋转。

C-7　若甲（坐标为x'、y'）相对于静止的乙（坐标为x、y）转动。求甲所观察到的作用在一个质点上的力的分力方程，并证明这些力包括乙所观察到的实际力$\boldsymbol{F}$的分力和两项赝力：径向离心力和与速度垂直的柯里奥利（Coriolis）力。

C-8　求在半径为R的圆轨道上运行的，质量为m的行星的角动量。利用此结果推出，由于月球施于地球转动的潮汐拖曳，经过一段长时间后，月球到地球的距离将增加。其次，从月球逃逸可能性的观点出发，讨论地–月系统的能量守恒。

第十六章　三 维 转 动

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十章。

1．可以设想任意三个矢量$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$和$\boldsymbol{C}$构成一平行六面体。求证体积为

$$V=|\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})|$$

2．写出矢量的分量表示式，或用其他方法来证明下述矢量方程：

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$$
$$(\alpha\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}=\alpha(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$$
$$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$$
$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=\boldsymbol{b}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})-\boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$$
$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}=0$$
$$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=0$$

3．刚体以角速度$\boldsymbol{\omega}$绕一固定轴转动。证明刚体内任何一点P的速度为

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$$

其中，$\boldsymbol{r}$是从转轴上任意一点到P点的矢量。

4．由质量为m_i，位置为$\boldsymbol{r}_i$和速度为$\boldsymbol{V}_i$的N个质点组成的质点系，具有角动量

$$\boldsymbol{L}=\sum\boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{P}_i=\sum m_i\boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{V}_i。$$

另一方面，从质心坐标系观察，设质点系具有角动量$\boldsymbol{L}_{CM}$。若$\boldsymbol{R}_{CM}$和$\boldsymbol{V}_{CM}$是质心的位置和速度，$M=\sum m_i$是质点系的总质量。证明：

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}_{CM}+M\boldsymbol{R}_{CM}\times\boldsymbol{V}_{CM}$$

5. 刚体绕某一转轴转过一无限小的角 $\Delta\theta_1$，然后又绕与第一轴相交于 O 点的另一轴转过一无限小的角 $\Delta\theta_2$。证明刚体内任一点的净角位移，将和绕某一中间轴转过的一个无限小的角位移相等。如何找到这个轴和角？

由此证明，当刚体同时以不同角速度绕各不同轴转动时，刚体就像以一个角速度转动，这个角速度等于各个角速度的矢量和

$$\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{\omega}_1+\boldsymbol{\omega}_2$$

角速度都作为矢量处理，大小为 ω，方向为其转轴的方向。

A-1　图 1·16·1 中，平行六面体的一顶点在原点处，相邻的三顶点，在直角坐标系 (x, y, z) 中的坐标为 $(10, -5, 3)$、$(3, -4, 7)$ 和 $(-5, -6, 3)$。求它的体积。

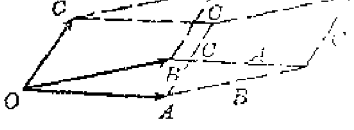


图 1·16·1

A-2　如果地球极地冰盖都融化了，地球的转动周期将发生什么变化？解释之。

A-3　你怎样区别生蛋和熟蛋（不敲破蛋壳）？

A-4　一个喷气式飞机的所有发动机都沿飞行方向按右手螺旋方向转动，当飞机向左转飞行时，发动机的回转效应是否引起飞机：

a) 右滚；b) 左滚；

c) 向右偏转；d) 向左偏转；

e) 上仰；f) 俯冲。

为什么？

B-1　两个质量相等的小球用柔软的绳连接起来。实验者用手握住一个小球，并使另一个绕其作水平圆周运动，然后松开手握的小球。

a) 如果在实验过程中绳断了，绳是在松手前还是在松手后断的？

b) 如果绳不断，描述两球松手后的运动。

B-2　两个硬度相同的均匀杆 AB 和 AC，放在光滑水平桌面上，在 A 点自由铰连，且 $AC\perp AB$。一个水平方向的打击垂直于 AC 并作用在 C 点上，见图 1·16·2。求在打击后的瞬间，AB 的质心和 AC 的质心线速度的比值。

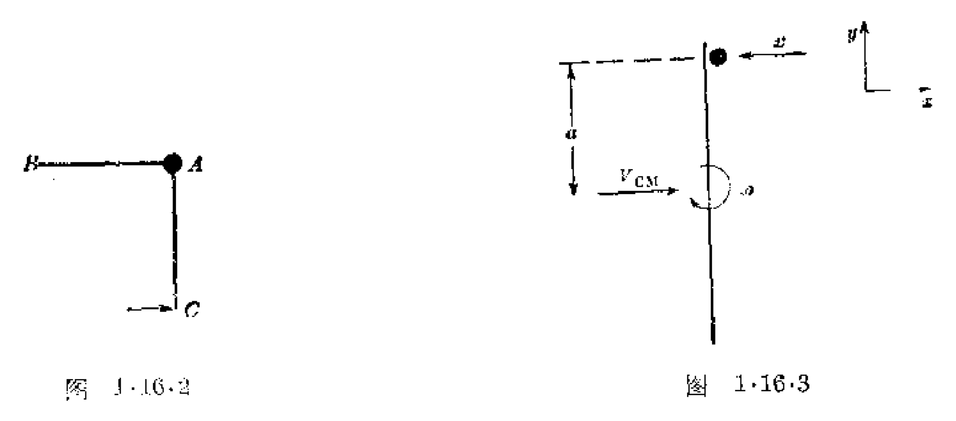


图 1·16·2　　　　图 1·16·3

B-3　质量为 M、长为 L 的均匀细杆和质量为 m 的冰球，在水平面上无摩擦地滑动。在某一瞬间，杆与其质心速度 $(\boldsymbol{V}_{\rm CM}=+v\boldsymbol{i})$ 方向垂直，并具有绕质心的角速度 $\boldsymbol{\omega}=-\omega\boldsymbol{k}$。在此瞬间，杆被速度为 $\boldsymbol{V}=-V\boldsymbol{i}$ 的冰球撞击，如图 1·16·3 所示。求撞击后使杆静止的球速 V 和

撞击点到杆中心的距离 a。设碰撞是完全弹性的。

B-4　质量为 m、半径为 R 的细圆木环，静止在无摩擦的水平面上。质量亦为 m 并以水平速度 v 运动的子弹撞击木环并嵌入其中，如图 1·16·4 所示。

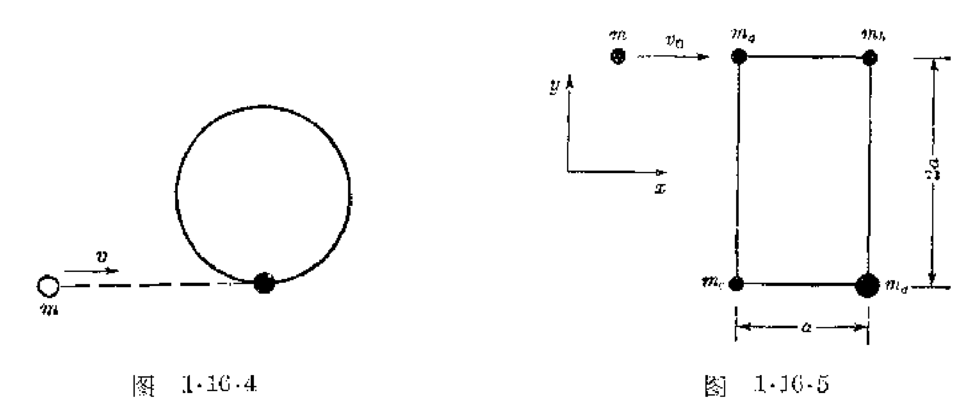


图　1·16·4　　　　图　1·16·5

试计算质心的速度、系统绕质心的角动量、木环的角速度 ω 和碰撞前后系统的动能。

B-5　4 个质点 $\left(m_a=m_b=m_c=\dfrac{m_d}{2}\right)$ 位于无摩擦水平面上的矩形四角上（如图 1·16·5 所示），用质量可以忽略的杆将它们固接起来。另一质量 $m=m_a$，速度为 v_0 的质点，沿 x 轴正方向与 m_a 碰撞，并粘在一起。试描述碰撞后物体的运动。

B-6　长为 L、质量为 M 的均匀杆，静止在无摩擦的水平面上见图 1·16·6。杆在 P 点 $(OP=r)$ 受到一个与杆垂直、持续时间很短的冲量 $J=\int F\,dt$。

a) 求冲击刚过后，质心 O 的速度、绕 O 的角速度、端点 A 的瞬时速度。

b) 为使刚碰撞后 A 点的速度为零，AP 的距离应多大？

c) 若杆以 A 为支点竖直地支撑着，问从何处打击，能使杆绕 A 转动，而又不施横向力于支点？

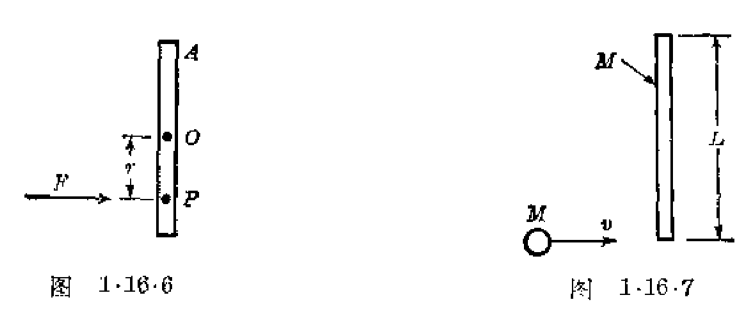


图　1·16·6　　　　图　1·16·7

B-7　图 1·16·7 中，质量为 M、长为 L 的细杆，静止在一无摩擦的水平面上。一小块质量为 M 的油灰，以与杆垂直的速度 v 打在一端并粘上，构成一极短暂的非弹性碰撞。求：

a) 碰撞前后系统质心的速度；

b) 碰撞前的瞬间，系统绕质心的角动量；

c) 碰撞刚过后，系统绕质心的角速度；

d) 碰撞中损失的动能。

B-8　两个等长 (L)、等质量 (M) 的刚性杆，可以在水平面上无摩擦地自由运动。开始时，一杆静止，另一杆以速率 V 沿与两杆垂直的方向平移（见图 1·16·8）。一杆的中心与另

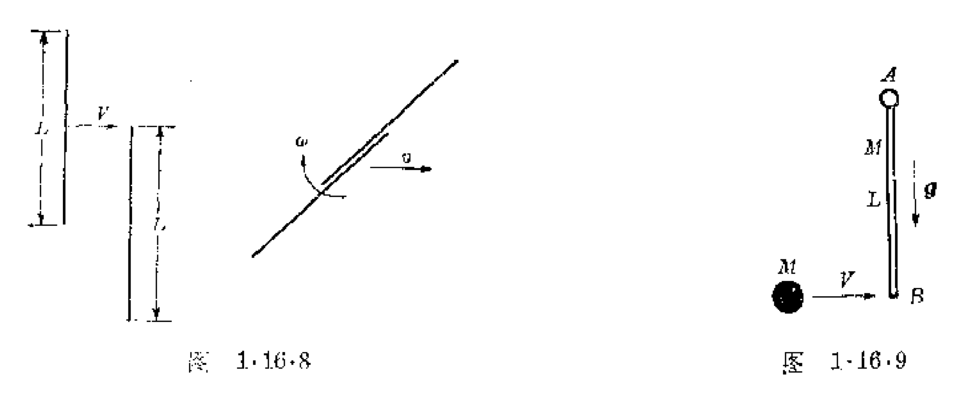


图 1·16·8　　　　图 1·16·9

一杆的一端碰撞，撞后粘在一起。求碰撞后组合杆的线速率和角速度。

B-9　质量为 M、长为 L 的均匀细杆 AB，可在竖直平面内绕一过 A 端的水平轴自由转动。一块质量为 M 的油灰，以速度 V 水平抛出，打在静止杆下端 B 点上并粘在一起（见图 1·16·9）。如杆能绕 A 转圈，油灰在碰撞前的最小速度是多少？

B-10　质量为 M、宽为 W、长为 L 的薄硬板，竖直地悬挂着，其顶边为无摩擦的水平轴，见图 1·16·10。一粒质量为 m，速度为 v 的子弹，垂直地射入板心。问：

a）刚碰后，子弹的速率多大？

b）整个系统转过的角 θ 为多大？

c）轴承所受的冲量是多少？

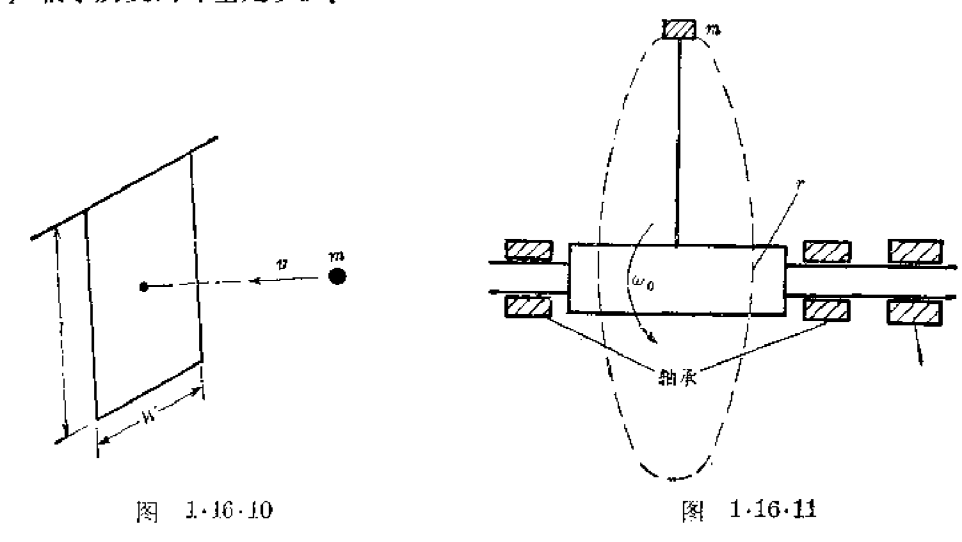


图 1·16·10　　　　图 1·16·11

B-11　图 1·16·11，一水平转子，半径为 r，绕轴的转动惯量为 I_0，其上系一绳，绳端拴一质量为 m 的物（它的大小可忽略）。开始时转子绕水平轴以恒定角速率 ω_0 转动，质量 m 以同样角速率，在半径为 R 的铅直圆内旋转。ω_0 很大，重力影响可忽略。当 $t=0$ 时，开动制动器，使转子转过几度后停止。

a）制动器应施加多大的冲量矩？

b）当绳正好在转子上绕了十圈时断了，绳的抗断强度多大？（注意：在转子停止后，角动量是不守恒的，你说为什么？）

B-12　长均为 l、一端均附有质量为 m 的两杆，与轴成 θ 角固定在轴上，如图 1·16·12 所示。轴和杆在同一平面内。如果轴的最大角速度是 ω，θ 可以取 0 到 90° 的任何值，求轴

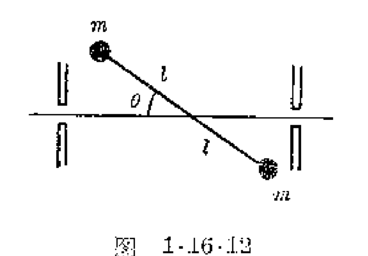


图 1·16·12

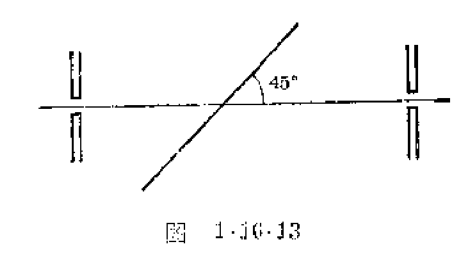


图 1·16·13

承所受的转矩是多少？（忽略杆的质量，把 m 看作质点。）

B–13 质量为 M、长为 l 的均匀细杆固定在与其长度方向成 45° 的轴上，固定点在杆的质心上，见图 1·16·13。

a) 求角动量矢量相对于转轴的方向。

b) 当此杆以角速度 ω 转动时，轴承所受的转矩多大？

B–14 一个薄的实心轮串在水平轴上，被限制在水平桌上作半径为 R 的圆周运动。水平轴可绕竖直转动轴上固定点 A 自由转动，见图 1·16·14。如果轮的质量是 m，半径是 r，绕轴角速度是 $\boldsymbol{\omega}$，求轮对桌面的压力是多少？

已知：$m=1\,\text{kg}$，$R=50\,\text{cm}$，$r=10\,\text{cm}$，$\omega=12000\,\text{rad/min}$。

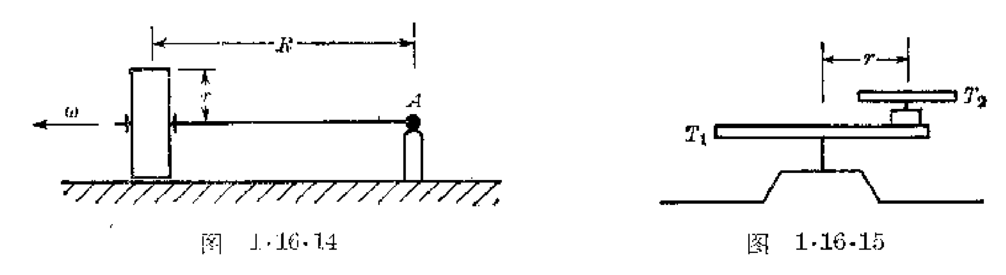


图 1·16·14　　图 1·16·15

B–15 图 1·16·15 中，在静止转盘 T_1 上，安装另一个以角速度 ω 转动的转盘 T_2。在某一时刻，一个内离合器作用在 T_2 的轴上，使其相对 T_1 静止。而 T_1 可自由转动，T_1 的质量为 m_1，对 A_1 轴的转动惯量是 I_1。T_2 的质量是 m_2，对 A_2 轴的转动惯量是 I_2（A_1、A_2 各通过两盘中心，并与盘面垂直，两轴间距离为 r）。求 T_2 停止后，T_1 的角速度 Ω。

B–16 一人站在转动平台上，离中心距离为 R，他以速率 v 向另一人抛一球，此人站在转台直径另一端，离中心距离也为 R。若转台以角速度 ω 转动。

a) 在转台上看，球轨道的曲率半径是多少？

b) 抛出时与直径成多大角度，才能使另一人接到（画图表示）。

c) 求静止观察者所看到的轨道的形状？（注意：假设 $v\gg\omega R$，这样惯性离心力可以忽略。）

B–17 某卫星载体是一近似均匀的圆柱体，质量为 m，半径为 a，长为 L，且 $L=6a$。开始时载体绕其长轴以角速度 ω_0 旋转，但由于微小的内振动（来源于开始时轻微的进动），能量逐渐转变成热。卫星因而"减慢"。若能量尽可能多的转变成热，试描述唯一可能的转动末态，并求相应的角速度。假定不存在外界影响。

B–18 如果地球上所有的冰都融化了，海平面的平均高度大约增加 200 ft(60.96 m)，取现存冰盖的平均纬度为 80°，忽略海洋的不规则分布，问一天的时间将增加多少秒？设地球的半径是 6370 km，转动惯量为 $8.11\times10^{37}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$。

B-19　两个质量m相等的物体，固定在一个无质量杆上，相距为$2r$。它们被质量为M的物体吸引，M与杆中心O的距离是R，且$R \gg r$。杆与R成θ角，见图1·16·16。求作用在杆上相对其中心的转矩的近似值。

C-1　扭丝的弹性恢复力矩与其转角成正比：

$$\tau_{丝} = -k\theta$$

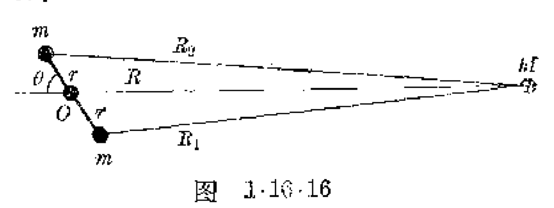


图 1·16·16

a）证明转过θ角的扭丝势能$U = \frac{1}{2}k\theta^2$。

b）作用在电流计线圈上的转矩，由下式给出：

$$\tau = nABi$$

上式中：i——通过线圈的电流；n——线圈绕线匝数；B——由电流计永久磁铁产生的磁场。

在实验中，电容器上的电荷，是由电容器通过电流计线圈放电，并记下线圈的最大偏转来测量的。这里

$$|i| = |dq/dt|$$

同时由于放电发生得很快，以致在电流流过期间，电流计线圈并未明显偏离初始位置$\theta = 0$。忽略摩擦，证明电流计最大"冲击"偏转是与电容器上初始电量成正比的。

C-2　一质量为M，长为L的竖直杆，在底部给以一个与水平成45°角斜向上的冲量J，使杆飞起，如图1·16·17所示。问多大的冲量J值(一个或几个)才能使杆着地时再次竖立？(即施加冲量的这一端竖直着地。)

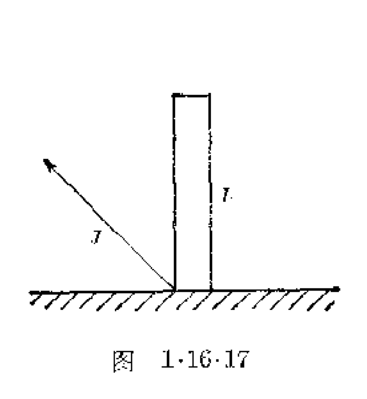


图 1·16·17

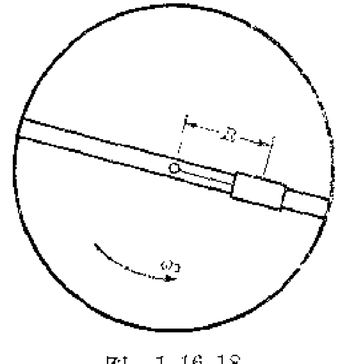


图 1·16·18

C-3　图1·16·18中，转动惯量为I_0的转台绕一中空竖直轴自由转动。一个质量为m的滑块，在转台沿直径的轨道上无摩擦地滑动。系在滑块上的绳，绕过一小滑轮再向下通过中空轴。开始时整个系统以角速率ω_0转动，滑块处于离轴固定距离R处。然后施力于绳将滑块向内拉动，最后让滑块停在半径为r处。

a）求这时系统的角速度；

b）详细证明在两种状态下，系统的能量差等于向心力所作的功。

c）如松开绳子，则滑块通过半径R时的径向速率$\dot{r}$是多少？

C-4　质量为M，边长为a、b的薄矩形平板，绕沿其对角线的轴，以角速率ω转动(图1·16·19)。

a）作用在轴承上的力是多大？

b) 平板转动动能是多少？

C-5 均匀薄圆盘状的飞轮，质量为 10.0 kg，半径为 1.00 m，固定在通过它的质心，并与其平面成 1°0′ 角的轴上。若圆盘绕此轴以角速度 25.0 rad·s^{-1} 转动。问轴承必须施以多大的力矩？

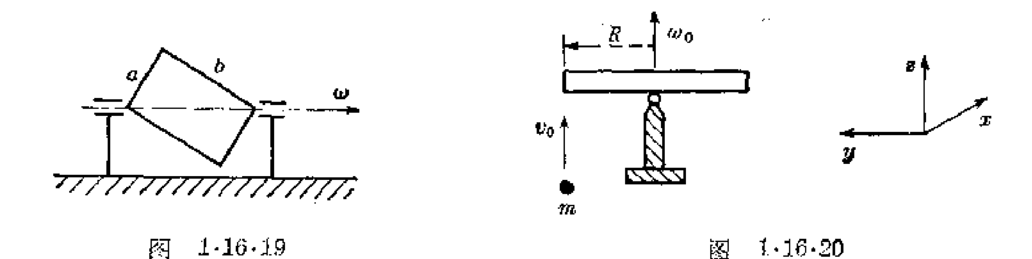


图 1·16·19　　　　图 1·16·20

C-6 在图 1·16·20 中，质量为 M、半径为 R 的均匀薄圆盘，安装在可绕任意轴转动的万向轴承上。开始时圆盘以角速度 ω_0 绕竖直轴（z 方向）旋转。一质量为 m 的小物体以速度 v_0 沿 z 轴正方向与盘缘弹性碰撞，并沿 z 的负方向弹回。

a) 求碰撞后圆盘角动量的方向。

b) 描述圆盘轴的运动。用俯视图表示该轴与单位球面交点的轨迹。

C-7 一对半径为 10 cm，质量为 2 kg 的圆盘飞轮，在无摩擦轴承上以 1000 rad·s^{-1} 的角速率旋转。飞轮用质量 $M=1$ kg，长为 $4d$ 的小直径棒 AB 作轴，支撑在万向轴承上，并位于轴承两侧 $d=15$ cm 处，如图 1·16·21 所示。

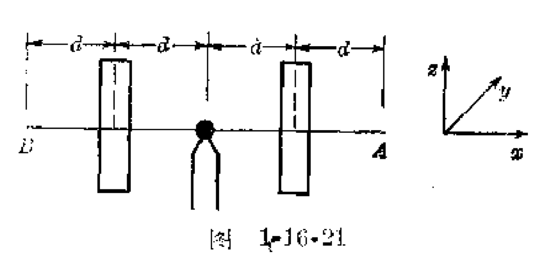


图 1·16·21

a) 若质量为 $m=10$ g 的小球，从高 $h=5$ cm 处落在棒的 A 端，并向上弹回。求飞轮合成角动量的各分量，并画出从 $+x$ 方向看的棒端的运动图。给出这个运动的角速度和棒端完成一次圆周运动所描绘的圆的半径。

b) 如果同一小球不被弹回而是粘附在 A 端，这时若忽略章动，则进动角速度 Ω 应当是多大？对应于 Ω 的角动量和转动动能应当是多少？当端点降在 x-y 平面以下时，失去了多少势能？

C-8 由于地球呈扁球形，月亮和太阳都对地球施加一转矩。问哪个施加的转矩较大？大致大多少倍？

提示 1：可以利用下述带偶然性的事实，即从地球上看，二者在空间的视角几乎是相等的。

提示 2：太阳的平均密度为 1.41 g·cm^{-3}，月球的平均密度为 3.34 g·cm^{-3}。

C-9 地球的赤道半径和极半径分别是 6378.388 km 和 6356.912 km。在地表面下不同深度 D 处的比重值 ρ 如下表所示（* 表示 ρ 有不连续值）

D(km)	0	30*	100	200	400	1000	2000	2900	3500	5000	6000
ρ	2.60	3.0 3.3	3.4	3.5	3.6	4.7	5.2	5.7 9.4	10.2	11.5 16.8	17.1

利用这些值，估计：

a) 地球的转动惯量；

b) 它的转动角动量；

c) 它的转动动能；

d) 由于月球和太阳施加的力矩，地球转轴绕黄天极进动所需的时间。（地轴的倾角是$23\frac{1}{2}$°。）

第十七章　谐振子　线性微分方程

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十一章。

1. 一刚体悬挂在距离质心 D 处，试证明其小振幅振动由下述方程描述：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{MDg}{I}\theta=0$$

其振动周期 T 由下式给出：

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MDg}}$$

其中，M 是刚体的质量，I 是绕悬挂轴的转动惯量，见图 1·17·1。

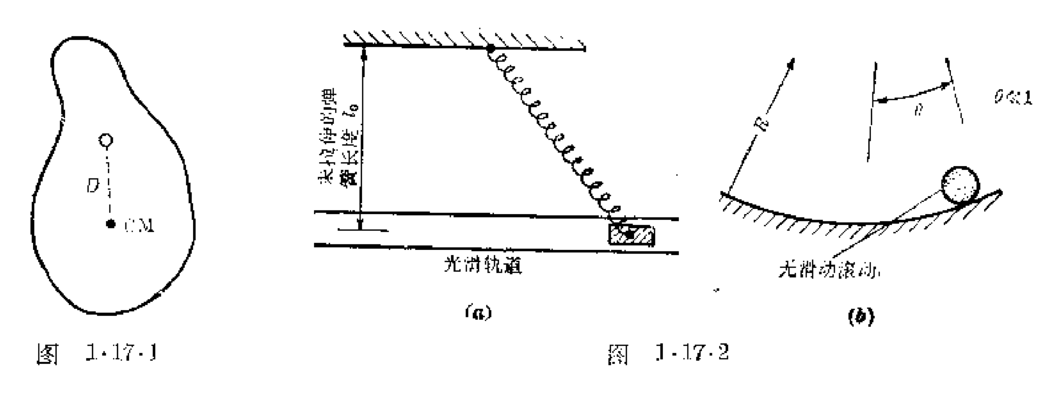


图 1·17·1　　图 1·17·2

A-1　在图 1·17·2 中，哪个质点（或是否两者都）作简谐振动（即正弦振动）？

A-2　质量为 M、长为 L 的均匀杆，同作用在下端的两个水平弹簧一起构成一个摆，弹簧质量可忽略，弹性系数分别为 k_1 和 k_2。当杆竖直时，二弹簧均为松弛状态。求小振动的周期。见图 1·17·3。

A-3　一个简单的无阻尼机械简谐振子。离开平衡位置多远时，它的动能刚好等于它的势能？用最大振幅 A 来表示。

A-4　两个质点 A 和 B，在同一直线上，作同样振幅（10 cm）的简谐振动。对质点 A，$\omega_A=20\,s^{-1}$；对质点 B，$\omega_B=21\,s^{-1}$。若在 $t=0$ 时，它们沿 x 轴正方向同时通过 $x=0$ 点（图

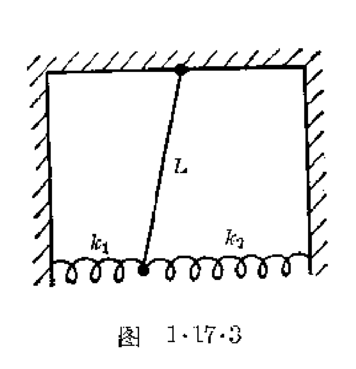


图 1·17·3

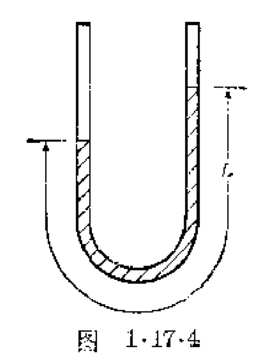


图 1·17·4

此这时是同相的)。

a) 当 $t=0.350$ s 时，它们相距多远?

b) 当 $t=0.350$ s 时，B 相对于 A 的速度是多大?

A-5 一竖直 U 型管压力计，见图 1·17·4，内横截面 A 是常数，装有液体的总长为 L。求液体的振动周期。忽略摩擦，并假定振动时二液面保持在管的竖直直线部分内。

A-6 在开始阶段，细菌菌落的增长率与细菌存在的数目成正比，写出表示这个关系的微分方程式。

B-1 用扭力丝将质量为 M、半径为 R 的平圆盘，从边缘上悬吊起来，丝的扭转常数是 K，见图 1·17·5。求扭转振动的周期。

B-2 用均匀截面、均匀密度的硬金属丝作成的框架，由半圆弧 ACB 和直径 AB 构成。

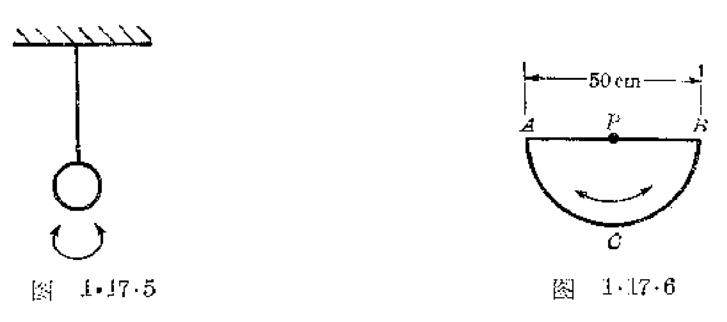


图 1·17·5　　　　图 1·17·6

将框架通过直径中点的孔，挂在无摩擦的钉 P 上，并使其如同一个摆在自身的平面内振动，见图 1·17·6。如框架直径是 50 cm，求小弧度振动的周期。

B-3 一质量为 M 的理想车轮，绕其轮轴(无摩擦)的转动惯量为 I_C，车轮挂在长为 d 的吊杆上。吊杆的质量和转动惯量均可忽略，并能在轮的平面内绕支点 X 自由运动(见图 1·17·7)。当吊杆与过 X 点的竖直线成 θ_0 角时 ($\theta_0 \ll 1$)，由静止同时释放吊杆和轮，就下述 A 和 B 两种情况：

A 当轮绕轴 C 无摩擦自由转动时；

B 当轮与吊杆锁在一起，作为一个刚体绕 X 点运动。

求：a) 吊杆的运动周期；

b) 当 $\theta=\theta_0$ 时的角加速度 $\ddot{\theta}$；

c) 当 $\theta=0$ 时的角速度 $\dot{\theta}$。

B-4 图 1·17·8 中，两个质量等于 1.00 kg 的均匀平圆轮，共同支在与二者垂直并通过它们质心的水平轴 A 上。两轮的旋转半径 k 相等：$k=0.20$ m。轮 2 装在一固定水平轴

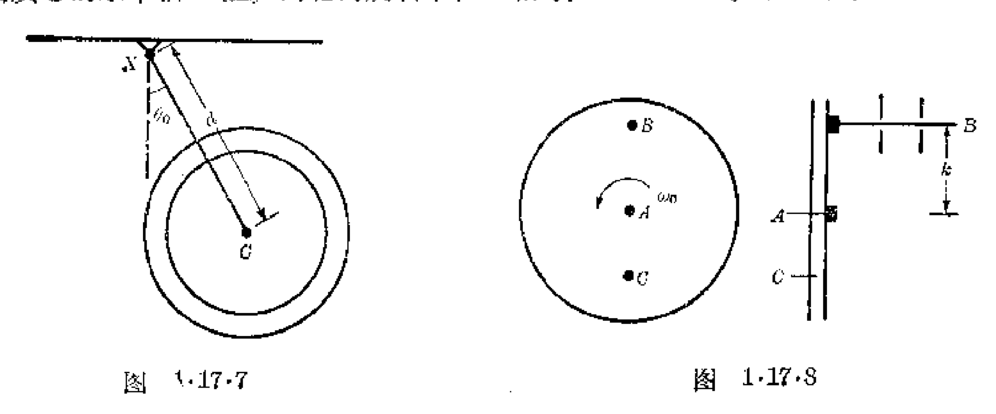


图 1·17·7　　　　图 1·17·8

B 上，轴 B 与轮 2 的质心距离是 k。开始时轮 2 不动，轮 1 以角速度 ω_0 绕公共轴 A 旋转。固定在轮 1 上的小插闩 C 突然落入轮 2 的小孔内，使它们的相对转动停止。这时观察到系统的摆动在竖直线两侧具有 90° 的摆幅，求 ω_0。

B-5 质量为 M 的 L 形均匀刚棒，两段各长 l，悬挂在上端 A 点，见图 1·17·9。刚棒能在其自身平面内自由摆动。

a) 静止时悬挂角(与竖直方向)多大？

b) 若冲量 J 以图示方向作用在拐角处，随后产生一无阻尼的小振动，设施加 J 的时间为 $t=0$，求 $\theta(t)$。

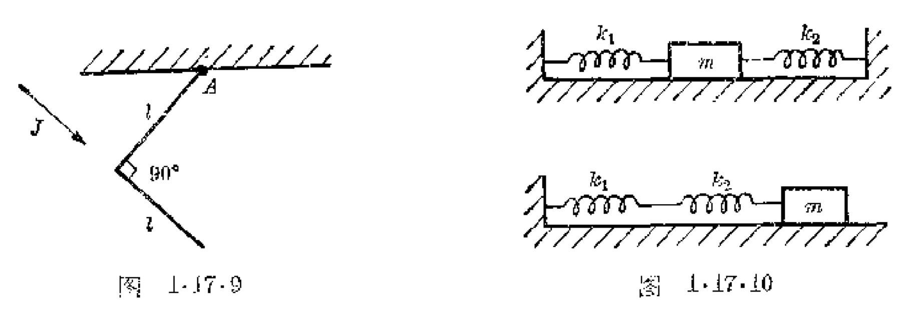


图 1·17·9　　　图 1·17·10

B-6 埋入均匀实心球体内的质点受到的万有引力，仅由球体的质量所引起，和质点到球心的距离成正比。如果地球是一个这样的球体：沿着通过两极的直径钻一个窄洞，问落入洞内的物体需要多长时间才能到达地球的对面？

B-7 请推导出图 1·17·10 所示的两个系统的运动方程。并求出振动周期。

系统中质量为 m 的物体，在弹性系数分别 k_1 和 k_2 的二弹簧作用下沿直线在无摩擦的水平面上运动。在平衡点上，弹簧对 m 不施加作用力。

B-8 质量为 $3M/4$ 和 M 的二质点，用自由长度为 L、弹性系数为 k 的轻弹簧连接。开始时二质点相距为 L，静止在无摩擦的水平桌面上。一质量为 $M/4$ 的质点在前二质点的连线上以速率 V 运动，与质量为 $3M/4$ 的质点碰撞并粘在上面。求质点间弹簧的振动振幅和周期。

B-9 二质量 ($m_1=m$, $m_2=2m$) 不等的物体静止在无摩擦的桌面上，如图 1·17·11 所示。如果让 m_2 靠墙静止，弹簧(弹性系数为 k)被压缩一段距离 d，然后将系统由静止释放。求：

a) m_2 开始运动前，质量 m_1 移过多远？

b) m_2 与墙脱离接触后，质心的速度和振动振幅各是多少？

B-10 如图 1·17·12 所示，二不同质量的滑块，沿一水平气槽以速度 v_0 滑动。它们是用一卡钳夹在一起，并压缩它们之间的弹簧(弹性系数为 k，质量不计)。弹簧的压缩量为 X。

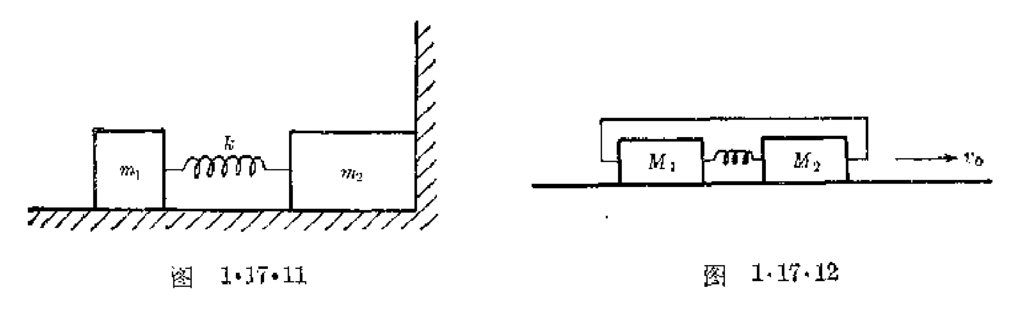


图 1·17·11　　　图 1·17·12

当卡钳突然松开(即释放)时，弹簧迫使二滑块分开。设二滑块质量 M_1 和 M_2 不等。求滑块 M_1 和 M_2 的最后速度。

B-11　一给定无阻尼水平机械振荡器，如图 1·17·13 所示。当上边物体相对于下边物体没有滑动时，求振动的最大振幅。二物体间的摩擦系数是 μ。

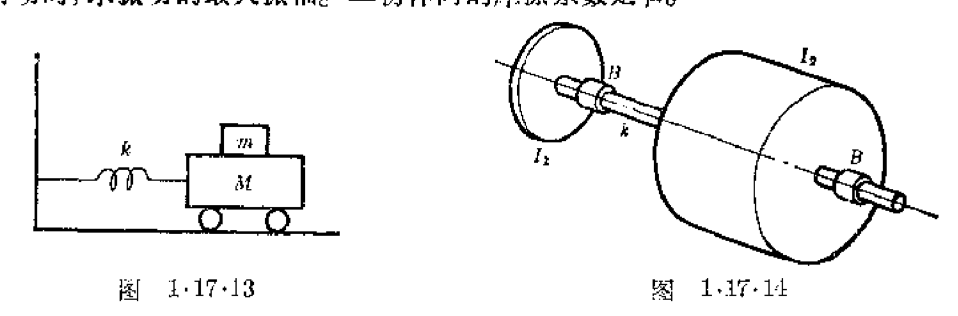


图　1·17·13　　　　图　1·17·14

B-12　一 200 g 的物体受一轻弹簧的作用，在水平导轨上振动。它的最大动能是 10^6 erg(10^{-1}J)，周期是 1 s。问：

a) 系统的总能量是多少?

b) 弹簧的弹性系数是多少?

c) 振动的振幅是多大?

B-13　喷气引擎的转动部件由转动惯量为 I_1 的涡轮圆盘(带叶片)和转动惯量为 I_2 的压缩机(带叶片)组成。它们靠扭转系数为 k 的轴连在一起，见图 1·17·14。(轴的转矩等于 k 乘以涡轮和压缩机之间的相对角位移。)B 是轴承。问：

a) 引擎转子的扭转振动频率是多少?

b) 涡轮和压缩机的扭转振动的振幅比是多少?

C-1　示波器荧光屏上的光点位置，常分别由加在 x 轴和 y 轴上的两个简谐电压所决定：

$$x = A_x \cos(\omega t + \delta_x)$$
$$y = A_y \cos(\omega t + \delta_y)$$

试作出下述情况下光点的运动曲线，并加以讨论。

a) $\delta_x = \delta_y$;　　　　b) $\delta_x = \delta_y + \frac{\pi}{2}$, $A_x = A_y$;

c) $\delta_x = \delta_y + \frac{\pi}{2}$, $A_x \neq A_y$;　　　　d) $\delta_x = \delta_y - \frac{\pi}{2}$, $A_x = A_y$;

e) $\delta_x = \delta_y - \alpha$, $A_x \neq A_y$。

C-2　如图 1·17·15 所示，一双线摆由二根长为 l 的细线悬挂一长为 L、质量为 M 的杆作成。二线间距离 $d < L$。在下面情况下，求小振幅振动的周期。

a) 杆象普通的摆那样摆动;

b) 杆绕它的质心振动。

C-3　半径为 a 的实心圆柱，在距轴为 $\frac{a}{2}$ 处，与轴平行地钻一半径为 $\frac{a}{2}$ 的孔，如图 1·17·16 所示。圆柱放在水平面上无滑动地滚动。求以小位移偏离平衡位置时的振动周期。

C-4　质量为 M 的物体，装在无摩擦小轮上，可以在半径为 R 的圆柱形槽内，以振幅 $A \ll R$ 作横向振动，如图 1·17·17 中 (a) 所示。然后将两个质量 m 相等的物体，同样装在无摩

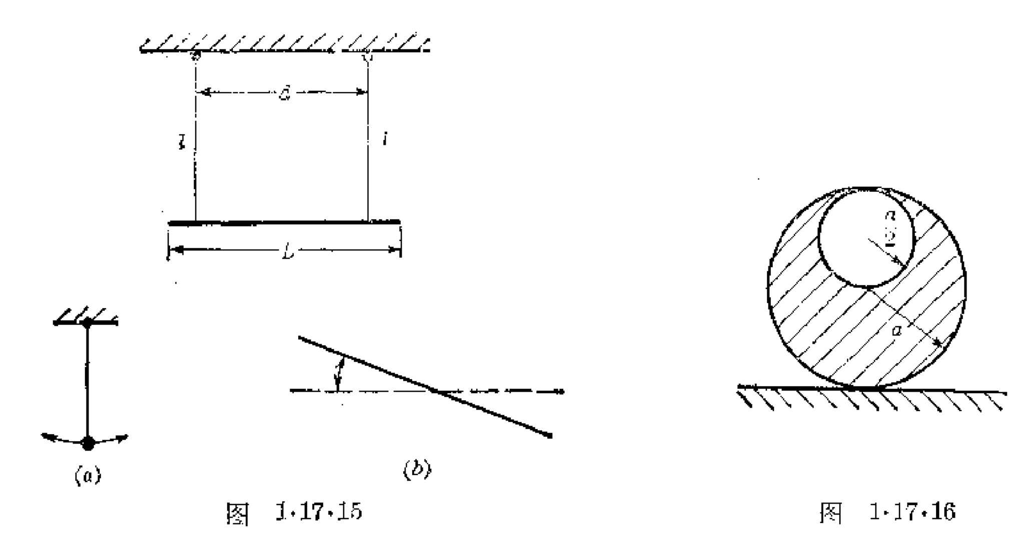


图 1·17·15　　　　图 1·17·16

擦小轮上。用弹性系数为 k、质量忽略不计的压缩弹簧连接起来，并放在靠近 M 且与其路径平行的水平面上，如图 1·17·17中(b)所示。在 M 通过槽底的瞬间，松开弹簧，图 1·17·17中(c)示出M随后的运动，即在几个 $\frac{1}{4}$ 周期时刻 M 的位置。问m的值等于多少？

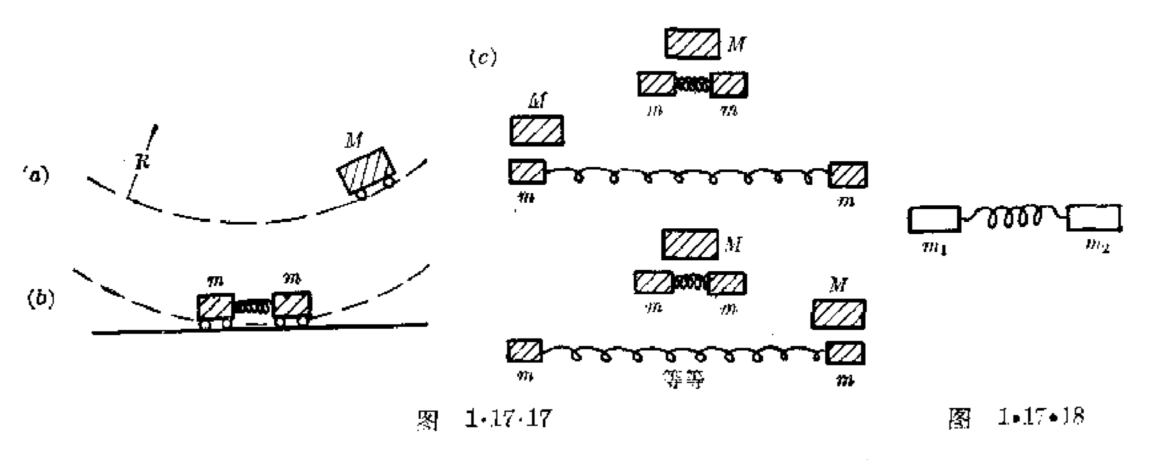


图 1·17·17　　　　图 1·17·18

C-5　在无摩擦的气槽内有两个滑块，质量分别为 m_1 和 m_2，用弹性系数为 k 的无质量弹簧联接起来，见图 1·17·18。把它们拉开，使其间距比弹簧静止时的长度大 A，然后从静止状态释放。

a) 求 m_1 和 m_2 的振动周期。

b) 与单个物体振子的周期比较，对两个物体的相对运动来说，你发现典型的物理概念是什么？

c) 求振动能量。

d) 这能量如何在 m_1 和 m_2 之间分配？

C-6　由长为 L、无质量的杆及其一端上质量为 M 的摆锤组成单摆，自由地支在枢轴上，能在整个 360° 的弧上摆动。小振动时，这个单摆的周期是 2π s，如果使摆小心地平衡在摆锤在顶端的位置上(不稳定)，然后以 $1\,\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$ 的速度轻轻地推一下，求质点移动 10 cm 所需的时间？(假定在这个距离上，通常的"线性系统"近似成立。当然，在整个圆周上摆动时是不成立的。)

C-7　把扭杆的一端固定在转盘中心，转盘在无摩擦轴承上绕其竖直对称轴运动，扭杆另一端被嵌紧。杆的扭转常数是 κ，系统的总转动惯量是 I。开始时，转盘以最大振幅 θ_0 作无阻尼简谐振动。当转盘通过平衡位置时，质量为 m 的飞镖竖直地落到转盘上距轴 a 处，如图 1·17·19 所示。它的针尖瞬时地牢固刺入转盘。求新的最大振幅 θ_0'。忽略飞镖绕其轴的任何自旋，其厚度与 a 相比小得多。

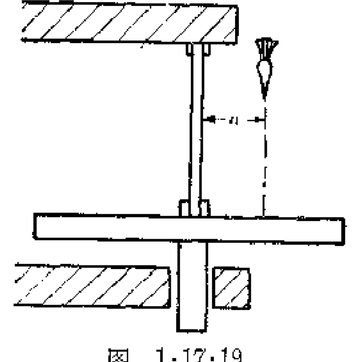


图　1·17·19

C-8　质量为 M 的某刚体，支在无摩擦的、到质心距离为 d 的水平轴上，绕轴的转动惯量是 I。

a）若 θ 是物体与其平衡位置的偏角，试写出描述角 θ 随时间变化的微分方程。

b）若物体振动很小，因此，$\sin\theta\approx\theta$，求振动周期。

在上题中，刚体绕其质心的转动惯量是 I_C。求小振动周期的表达式，写成 d 和 I_C 的函数。并证明：

a）对应于一个给定周期，d 有两个值 d_1 和 d_2。

b）周期可用 d_1 与 d_2 来表达，即 $t_0=2\pi\sqrt{\frac{d_1+d_2}{g}}$。

c）当 $d=\sqrt{\frac{I_C}{M}}$ 时，周期有一最小值，求这个最小周期。

C-9　某一线性弹簧的自由长度为 D，将质量为 m 的物体挂在下端，长度变为 $D+\Delta$。当挂着质量 m 的弹簧静止不动时，第二个质量为 m 的物体从高 A 处落在第一个之上，并发生完全非弹性碰撞。求合成运动的周期、振幅和所达到的最大高度（在原来平衡位置之上）。

C-10　把挂有 5 g 重物的 20 g 重挂钩，一起挂在质量可忽略的竖直弹簧上。当将弹簧拉离平衡位置时，整个系统以 $\frac{\pi}{3}$ 秒的周期作竖直简谐振动。如将 5 g 重物换成 25 g 重物，欲保持其不跳离挂钩，释放前，能将弹簧拉离平衡位置多远？

第十八章　代　数　学

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十二章。

满足初等代数规则的最一般的数是复数。复数可写为一纯实数（正或负）和一纯虚数的和。

（复数）$u=$（实数）$x+$（虚数）iy

$i=\sqrt{-1}$ 称为单位虚数。

$1=\sqrt{+1}$ 称为单位实数。

在任何代数方程中，若所有 i 的符号全改变，方程仍正确，这叫做取复数共轭。若 $u=x+iy$，则 u 的复数共轭，写为 u^*。

$$u^*=x-iy$$

将代数规则应用于复数，有

Ⅰ．$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d)$

Ⅱ．$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc)$

III. $|u|=\sqrt{uu^*}=\sqrt{x^2+y^2}$ 称为 u 的模(大小)。

实数的虚数次幂是复数，其模是 1。虚数次幂的大小增加时，复数的实部和虚部如同正弦和余弦函数一样变化。具体如

IV. $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

1. 在方程

$$u+iv=(a+ib)(c+id)$$

中，令 $b/a=\tan\alpha$ 和 $d/c=\tan\beta$。用等式 II 和三角公式证明：

a) $\sqrt{u^2+v^2}=\sqrt{a^2+b^2}\ \sqrt{c^2+d^2}$

b) $v/u=\tan(\alpha+\beta)$

2. 用等式 IV 作上题。

3. 求证：

$$\cos\theta=(e^{i\theta}+e^{-i\theta})/2$$
$$\sin\theta=(e^{i\theta}-e^{-i\theta})/2i$$

4. 证明：

$$(a+ib)/(c+id)=[ac+bd+i(bc-ad)]/(c^2+d^2)$$

5. 定义量 $\cos h\theta$ 和 $\sin h\theta$ 为

$$\cosh\theta=(e^{\theta}+e^{-\theta})/2$$
$$\sinh\theta=(e^{\theta}-e^{-\theta})/2$$

叫做 θ 的双曲余弦和双曲正弦。

证明：

$$\cos i\theta=\cosh\theta$$
$$\sin i\theta=i\sinh\theta$$

和

$$\cosh^2\theta-\sinh^2\theta=1$$

6. 用求导数的基本公式

$$\frac{df}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

证明

$$d(e^{\alpha x})/dx=\alpha e^{\alpha x}$$

7. a) 用逐次求导或其他方法，证明 e^x 可用无穷级数表示

$$e^x=1+x+x^2/2!+x^3/3!+\cdots$$

b) 证明 $\cos x$ 和 $\sin x$ 可用无穷级数表示

$$\cos x=1-x^2/2!+x^4/4!+\cdots$$
$$\sin x=x-x^3/3!+x^5/5!+\cdots$$

(这些级数，虽然对所有 x 都收敛，但对于 $x\ll 1$，在计算 e^x、$\cos x$ 和 $\sin x$ 的值时，是很有用的)。

B-1 求方程

$$y=\sqrt[n]{1}$$

的所有代数根。其中 n 是整数。

B-2 用 $e^{in\theta}$ 的性质和二项式定理，证明：

$$\cos n\theta=\cos^n\theta-\frac{n(n-1)}{2!}\cos^{n-2}\theta\cdot\sin^2\theta+\cdots$$

B-3

a) 从关系式 $e^{i(\theta+\phi)}=e^{i\theta}\cdot e^{i\phi}$，证明：两角和的正弦、余弦三角公式。

b) 说明一复数 $Ae^{i\theta}$ 和另一复数 $Be^{i\phi}$ 相乘结果的几何意义。

C-1 由 11 的逐次方根表，求 $\log_{11}2$、$\log_{11}7$(到 3 位)。

根次 r	$\sqrt[r]{N}$	$\log_{11}\sqrt[r]{N}$
1	11.000	1.00000
2	3.3162	0.50000
4	1.8216	0.25000
8	1.3495	0.12500
16	1.1617	0.06250
32	1.0778	0.03125
64	1.0382	0.01563
128	1.0189	0.00781

(用 $\log_a N=\log_a b\,\log_b N$ 检验你的结果，其中 a 和 b 是任意二底)。

第十九章 受迫阻尼振荡

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十三至二十五章。

A-1 试画出：a) 无阻尼振荡；b) 阻尼振荡；c) 过阻尼振荡的瞬时运动草图，设它们都是从相同的离开平衡点的位置，同时从静止开始运动。

A-2 电感为 10 mH、电容为 1 μF 的 L-C 电路的共振频率是多少？

A-3 1.00 H 的电感与 377 Ω 的电阻串联，试求频率为 60 Hz 时的阻抗。

A-4 某线圈电阻为 20 Ω，当它连接到方均根(rms)振幅值为 10 V 的 60 Hz 电压源上时，观察到电流方均根值为 0.3 A，求此线圈的电感？

A-5 一个电感-电容串联线路在频率为 1.0×10^4 Hz 时发生共振，若 $L=7.6\times10^{-2}$ H，那么 C 应等于多少？

A-6 试将电感 L 与电容 C 按下列方式联结时的阻抗 $\hat{Z}$ 表为频率 ω 的函数。

a) 串联；

b) 并联。

并定性地讨论你的答案。

A-7 求两电容 C_1、C_2 在下列两种情况下的等效电容。

a) 串联；

b) 并联。

A-8 求两电感 L_1、L_2 在下列两种情况下的等效电感。

a) 串联；

b) 并联。

A-9 一共振电路是由两个电感 L 与 $3L$，两个电容 C 与 $3C$ 所组成，它们都以串并联方式相连接，试求在下列两种连接方式下的共振频率。

a) 串联;

b) 并联。

A-10 一电阻电容串联电路的时间常数为 RC，而一电感电容串联电路的时间常数为 $\sqrt{LC}$，若从量纲来考虑，电阻电感串联电路的时间常数应该是什么?

A-11 1000 Hz 音叉近似的 Q 值是什么?

B-1 a) 质量为 M 的物体系于弹性系数为 k 的弹簧上，受到的摩擦阻力为 $-m\gamma v$。试证明其运动的微分方程为:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\gamma\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0$$

式中 $\omega_0^2=k/m$。

b) 设解的形式为 $x=e^{\alpha t}$，求解此方程(运用复变量)，并证明若 $\gamma<2\omega_0$ 其通解为:

$$x=e^{-\frac{1}{2}\gamma t}[A\cos(\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4})t+B\sin(\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4})t]$$

c) 若 $\gamma>2\omega_0$，解是什么?

d) 当 $t=0$ 时，质量 m 的位置和速度分别为 $x=x_0$，$\dot{x}=V_0$ 求系数 A 和 B。

B-2 直线气轨上滑块速率的降低主要是由于支持它们的空气薄膜的摩擦阻力，这个粘滞力和速度成正比，试写出水平气轨上滑块运动的微分方程并求解滑块的速度如何随时间、距离而变化?

B-3 在倾斜气轨上的滑块中嵌有一磁铁，这个磁铁在气轨中产生涡流，涡流反过来作用于磁铁而产生一精确正比于速度的阻力 $F=-m\gamma v$。滑块从静止开始，试求(作为气轨倾斜角和磁铁阻力系数 γ 的函数)

a) 达到的收尾速度;

b) 作为时间函数的速度表示式;

c) 作为时间函数的位置表示式。

B-4 在一巡洋舰上的一位旅行者，不慎将他的照相机掉落水中。此相机质量为1.0 kg，是在水面上 20 m 高处，从静止状态掉落的。碰击水面时，相机失去它的一半动能。进入水中后，它受到的浮力为其重量之半，阻力为 $\frac{1}{3}\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\times v$，$v$ 是它在水中的速率。问相机进入水中 3.0 s 后到达水面下多深处?

B-5 一单摆的固有周期为 1.00 s，其支点以振幅为 1.00 cm、周期 1.00 s 作横向的正弦运动，问达到稳定运动后单摆的摆锤以多大的振幅进行振动?

B-6 质量为 5.0 kg 的物体悬挂于一弹簧上作阻尼可忽略的振荡，在 10 秒内完成 10 次全周期运动。然后施加一正比于运动速度的微小磁阻尼，物体的振幅在 10 周内从 0.2 m 减至 0.10 m。

a) 写出运动方程，其中 $\frac{d^2x}{dt^2}$、$\frac{dx}{dt}$ 和 x 的系数用 MKS 单位制的数量来表示。

b) 此时运动的周期是多少?

c) 多少周后(开始时振幅为 0.2 m)振幅达到 0.05 m 和 0.02 m?

d) 在第一周期内由阻尼造成的最大能量耗散率近似为多少?

B-7 电容为 C 的电容器先被充电到电压 V_0，在 $t=0$ 时将它跨接于电阻为 R 的电阻器

上。写出电容器电压 V 的微分方程，方程中 V 是时间的函数。假定有一个指数形式的解，求解此方程。

B-8 一不带电的电容C、“纯”电感 L 和一个可变的欧姆电阻 R，接到电位差为 V 的电池上，见图 1·19·1。试写出当电键 S 闭合后的电路微分方程，对不同的阻值 R，作出电容端电压的时间函数曲线。

B-9 当角频率为 ω 的正弦电压加在 a) 电感 L，b) 电容 C 上时，试写出描述流过的稳态电流的微分方程，并解此方程，然后求电感 L 与电容 C 的复阻抗。

B-10 试画出处于共振状态的 R-L-C 串联电路的相图（包括输入电压 $V_{in}=V_0$，$\hat{I}$，$\hat{V}_R$，$\hat{V}_L$，$\hat{V}_C$）。

B-11 当电压 $V_0\cos\omega t$ 加在以下电路时，试画出电压和电流的相图。

a) 电阻 R 与电感 L 串联；

b) 电阻 R 与电感 L 并联；

c) 电阻 R 与电容 C 串联；

d) 电阻 R 与电容 C 并联；

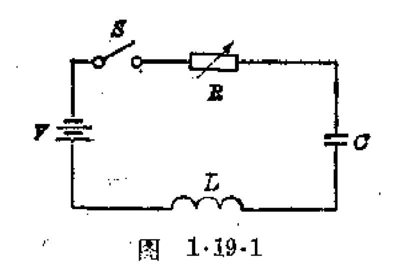


图 1·19·1

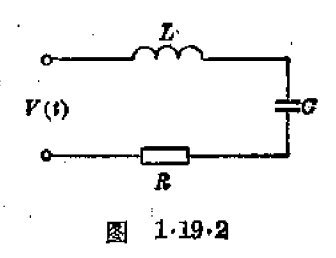


图 1·19·2

B-12 如图 1·19·2 所示的电路具有以下特征：

$$V(t)=V_0\cos\omega t$$
$$V_0=10\ \mathrm{V}$$
$$\omega=25\times10^5\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$
$$L=4\times10^{-3}\ \mathrm{H}$$
$$C=4\times10^{-7}\ \mathrm{F}$$
$$R=160\ \Omega$$

考虑电路处于稳态振荡，问：

a) 电流的振幅是多大？

b) 电流与所加激励电压的相位差是多少？

c) 试画出表示电阻、电容与电感的端电压的相图。

B-13 在图 1·19·3 所示的电路中驱动频率为 $\omega=1/\sqrt{LC}$，问通过 R 和 L 的电流是多少？

B-14 在图 1·19·4 所示的 RLC 串联电路中含有一个固定频率为 ω 的交流电压发生器，电路中电容是可变的。

a) 对于某 $C=C_1$ 值，电流 I_1 与供电电压同相位，此时 C_1 值为多少（用 L 和 ω 来表示）？

b) 将电容变到 $C=C_2$ 致使电压位相比电流 I_2 超前 45°，用 C_1、R 和 ω 来表示的 C_2 值为

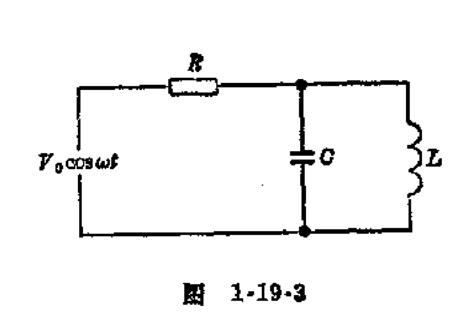


图 1·19·3

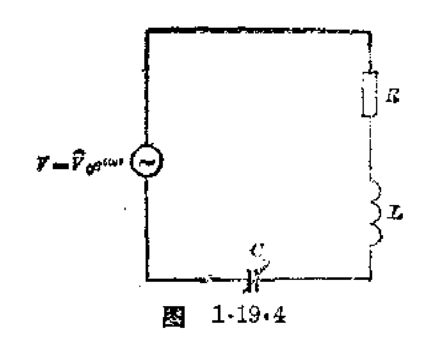


图 1·19·4

多少？

c) I_1/I_2 之比是多少？

B-15 如图 1·19·5, 原来电闸倒向 A, 但在 $t=0$ 时它被掷向 B, 经过一段长时间后,

a) 在电阻上有多少能量以热的形式散失掉？

b) 若在电容器上保留有电压, 此电压等于多少？

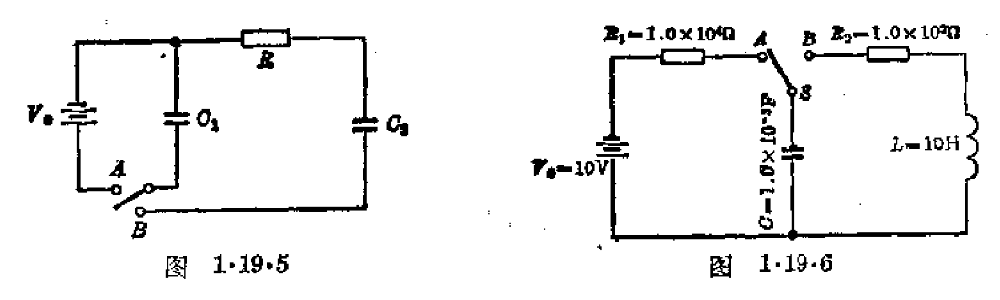


图 1·19·5　　图 1·19·6

B-16 在图 1·19·6 所示的电路中, 当 $t<0$ 时电键 S 是打开的, 且电容器不带电。

a) 当电键合向 A 时, 经过多长时间电容器的端电压达到 8.0 V。

b) 电容器端电压达到 8.0 V 的瞬时, 电闸掷向 B, 通过 L 的电流的初始值是多少？

B-17 在图 1·19·7 的电路中, 电闸开始是闭合的, 并有一稳定电流 $I=V_0/R$ 流过。当 $t=0$ 时, 突然打开 S, 试求在电容器上观察到的最大电压。

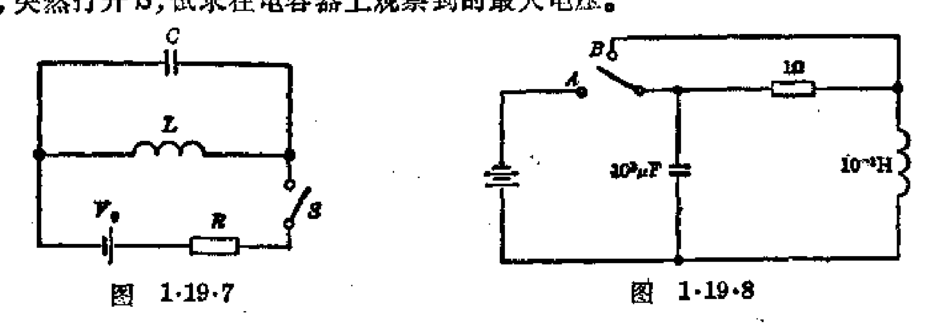


图 1·19·7　　图 1·19·8

B-18 图 1·19·8 的电路中, 电闸于位置 A, 若突然改变到位置 B, 问电容器上出现的最大电压是多少？

B-19 为了减小放大器的整流电源中 120 Hz 的嗡嗡音, 采用一种平滑滤波器, 其最简单的形式是由一电阻与一电容串联而成, 如图 1·19·9 所示。

若所加电压有一直流分量 V_0 和振幅为 V_2 的 120 周波的分量, 试求当 $r=10^3\,\Omega$、$C=10\,\mu F$ 时电容器的端电压。

B-20 图 1·19·10 中, 一均匀横截面圆柱浮标, 当海洋里无风浪时垂直漂浮在水中, 浸在水中的长度为 L。

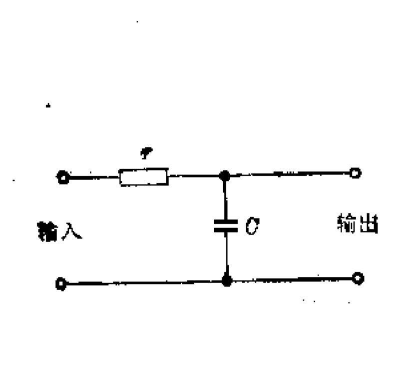


图 1·19·9

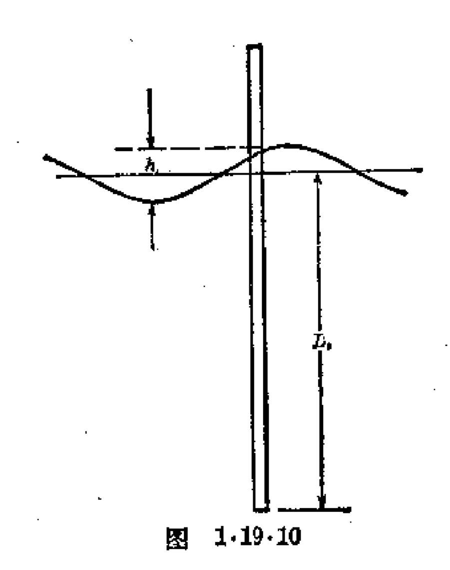


图 1·19·10

a) 当海洋面上掀起高度为 h(波峰波谷的间距)周期为 T 的波浪，问浮标相对于平均海面的垂直运动振幅是多少(忽略流体的摩擦和浮标的非垂直运动)？

b) 假若不受扰动时的浸没长度为 100 ft(30.84 m)，波浪高度为 10 ft(3.084 m)，波的周期为 5 s，问浮标运动的振幅是多少？

c) 浮标总长为何值时，b)中波峰刚好到达浮标的顶端？

B-21 图 1·19·11 所示为一高速离心气体压缩机的转动部分，质量为 M 的叶片被牢固地安装在质量可忽略不计的轴上，并位于二轴承 B 间的中部。当压缩机停止运转时，叶片质心偏离轴承中心线一微量 e(在图中被夸大了)，轴的弹性弯曲系数是 k,(施于轴心的横向力 F 在轴的该点产生一横向位移 $x=F/k$。)

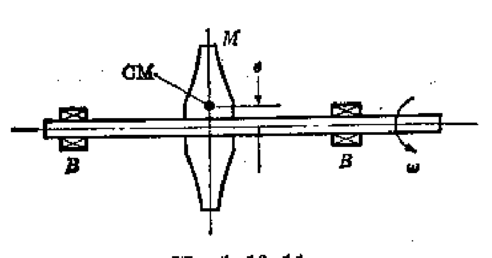


图 1·19·11

a) 当机器停止运转时，系统弯曲振动的圆频率 ω_0 是多少？

b) 当机器以角速度 ω 运转时，轴的弯曲偏离量是多少？

c) 使压缩器失效(引起破坏)的临界转速是多少？

d) 若漏心率减为 $\frac{1}{2}$，临界转速是多少？

e) 若超过临界转速后急剧地加速，到使转速远远大于临界的转速而压缩机仍可工作，问：(相对于两轴承中心线)质心位于何处？

C-1 阻尼谐振子：把质量为 m 的物悬挂在弹性系数为 k 的弹簧上，置于阻尼力为 $-m\gamma\frac{dx}{dt}$ 的媒质中。

a) 对低阻尼运动的情况，求在 $t\geqslant0$ 的全部时间内，物体位置 $x=x(t)$ 的通解，设 m 所受的激励力为：

1) $$F=\begin{cases}0 & t<0\\ F_0=\text{常数} & t\geqslant0\end{cases}$$

2) 不受激励力，但在 $t=0$ 时有一冲量 $J=J_e$ 施于 m。

3)
$$F=\begin{cases}0 & t<0,\\ F_0\cos\omega t & t\geqslant 0,\quad \omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}。\end{cases}$$

b) 若振子受正弦力 $F=F_0\cos\omega t$ 所驱动，求经长时间后，使振幅达到最大值的频率 ω^*。

注意：通解包括稳定态和过渡过程，初始条件可以决定积分常数。

C-2　质量m的物体连在弹性系数为 $\frac{\kappa}{2}$ 的两个水平放置的相同弹簧中间，物体可在摩擦系数为恒量μ的桌面上滑动，见图1·19·12。开始时物体被拉离中心并与中心距离为 A，然后由静止释放。

a) 试写出运动的微分方程，并对时间间隔 $0<t<\pi\sqrt{m/k}$ 求解。(注意：将x原点移过一定距离可以消去摩擦力项)

b) 若物体通过 $x=0, 1, 2, 3, \cdots$ 次后，物体在与中心距离为 B 处永远静止下来，问相应的 A 值应为多少？

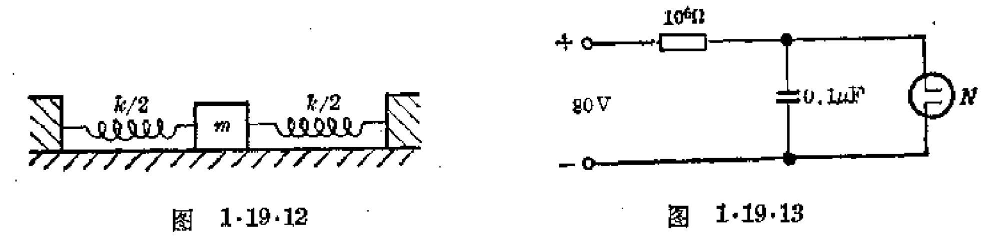


图　1·19·12　　　　图　1·19·13

C-3　质量为m、所带电荷为 q 的粒子处于沿 x 轴的交变电场 $E=E_0\cos\omega t$ 中。

另外，粒子还受到一个正比于 x 坐标的三阶导数的力：$F_\alpha=+\alpha\dddot{x}$ 的作用。

试求粒子在稳定振荡时的振幅和位相。

这个模型近似地描述了一个对辐射发生散射的带电粒子。

C-4　图1·19·13 所示的电路形成所谓张驰振荡器，它是由一个氖泡跨接一个电容器所构成，电容器通过电阻由直流电源充电。

只要氖泡的端电压小于60 V，它的电阻就为无限大。当电压达到或超过 60 V 时，氖泡便被击穿，电阻变得很小，使电容器放电，氖泡很快熄灭，并恢复它原来无限大的电阻值。若 $C=0.10\ \mu\text{F}$、$R=10^6\ \Omega$ 和 $V=80$ V，求氖泡的闪光频率。

C-5　在很多情况下，要求一个是时间微分函数的电子电路，图1·19·14 中示出这样一种简单电路。试证明这种电路的输出电压(若流过输出网络的电流可以忽略不计)为：

$$V_{出}(t)=RC\frac{dV_{入}}{dt}$$

条件是
$$|V_{出}|\ll|V_{入}|。$$

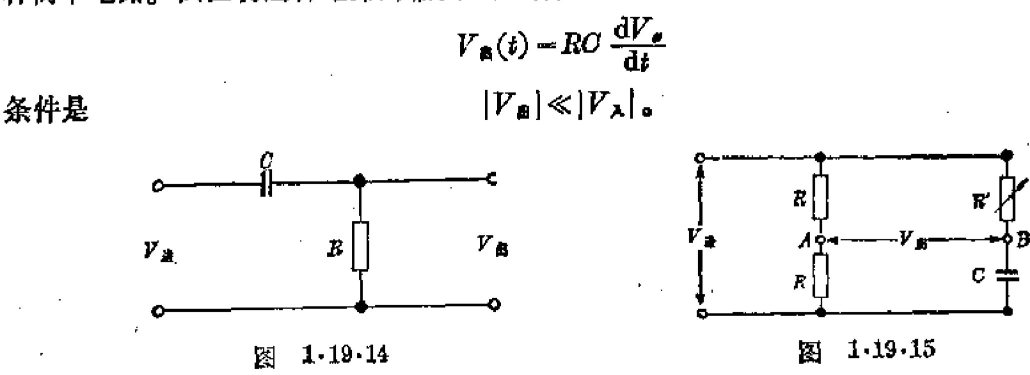


图　1·19·14　　　　图　1·19·15

在上述电路中，当$V_入=V_0\cos\omega t$，求解出$V_出$，并检验以上演算结果(作为ω的函数)的正确性。

C-6 设计一个简单的积分环路，并讨论其特性。

C-7 在电子电路中，经常要求提供一个振幅恒定而相位可变的正弦电压，能完成此任务的电路称为相移网络，这种网络的一个例子如图 1·19·15 所示。

试证明 A、B 端点间测得的电压振幅是输入电压振幅的一半，可变电阻 R' 可在 0° 和 180° 之间调节相位。

提示：可借助相位矢量图。

C-8 图 1·19·16 所示为汽油引擎的点火系统，当断路器触点 S 闭合时，电源电压 V_0 在线圈的初级绕组中产生电流。初级绕组的电感为 L，内阻为 R。线圈的次级绕组的匝数为初级绕组的 100 倍，这样，火花塞间隙 P 处的电压是初级绕组电压的 100 倍。每当转臂 D(如图所示)与火花塞电路之一接触时，断路器触点就被分配凸轮(未画出)顶开。与断路器触点并联的电容器的电容为 C，电路中各量的常用值是 $V_0=12\,\text{V}$，$C=0.25\,\mu\text{F}$，$R=6\,\Omega$，$L=2\,\text{mH}$。

a) 如引擎有 8 个汽缸，以每分钟 4200 转运转，断路器触点在 30% 的时间内是断开的。问在断路器断开的瞬间，线圈的初级绕组中的电流是多少？假定每发生一次火花，系统中的电流在断路器触点接通前衰减到零。另外，每个汽缸是在引擎每隔一转点火一次。

b) 当断路器触点断开时，如果没有发生火花，火花塞间隙产生的最大电压是多少？

c) 从断路器断开的瞬时起经过多长时间，火花塞间隙的电压达到最大值？

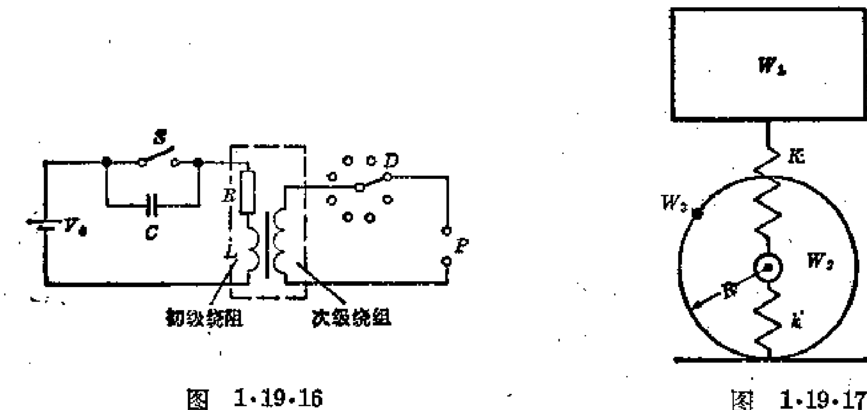


图 1·19·16 图 1·19·17

C-9 试计算汽车上一不平衡的车轮开始跳离地面时汽车的速率。在图 1·19·17 中，W_1 是汽车被这个车轮支持的那部分重量，W_2 是未跳起那部分重量(轮+胎+制动器+其他)，W_3 是不平衡的重量，它与 W_2 相比很小，且位于半径为 R 的轮胎上。(例如，W_3 可以是"锁住轮子"急煞车时轮胎上一处磨掉的那部分橡皮的重量。)K 是支持系统的屈强系数，由 $K=W_1/\delta_1$ 给出，δ_1 是轮轴相对车体的静态偏移。k 是轮胎的屈强系数，由 $k=(W_1+W_2)/\delta_2$ 给出，δ_2 是轮轴相对于路面的静态偏移，忽略减震器和车体微小竖直运动的影响。(对某些汽车，这些影响，在这类问题中都是可以忽略的。)取下列典型数据：$W_1=750\,\text{lb}(3.3\times10^3\,\text{N})$；$W_2=75\,\text{lb}(3.3\times10^2\,\text{N})$；$W_3=1/8\,\text{lb}(0.56\,\text{N})$；$R=14\,\text{in}(3.56\,\text{m})$；$\delta_1=6\,\text{in}(0.14\,\text{m})$；$\delta_2=1\frac{1}{2}\,\text{in}(0.034\,\text{m})$。

第二十章　几 何 光 学

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十六、二十七章。

A–1　当我们站在一面普通的平面镜前时，我们的"像"表现为左右颠倒，也就是说，我们右手的像好象是镜中人的左手。为什么平面镜子不能使上下颠倒呢？被平面颠倒的到底是什么？

B–1　某人以 5 fts^{-1}(1.52 ms^{-1}) 的速率在人行道上行走，但在粗糙程度一样的田野里仅为 3 fts^{-1}(0.91 ms^{-1})。他从距墙 140 ft(42.63 m) 的 A 点开始，走向人行道往南 120 ft (36.54 m) 处的 B 点，见图 1·20·1。

a）为了达到 B 点，他走哪一条路径 AKB 历时最短？

提示：假定折射定律应用于此题是合理的。然而，你也可不用这个假定，来求解此题。

b）所需最短的时间是多少？

c）如 $CK = C'K = 10$ ft(3 m) 求此人走路线 ACB 和 $AC'B$ 所费的时间是多少？

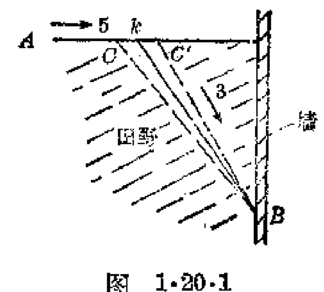


图 1·20·1

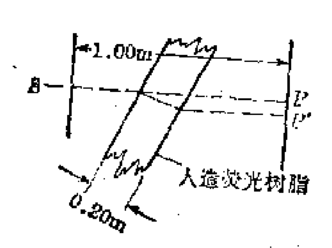


图 1·20·2

B–2　图 1·20·2 中，由光源 S 发出的一窄光束，垂直射向 1.0 m 远的屏，光线射于屏上的 P 点。如插进一块折射率为 1.50、厚度为 0.20 m 的人造荧光树脂切片，并使光线对它的入射角为 30°，求：

a）光线的横向位移 PP'；

b）光线经 SP' 的时间比原来在空气中经 SP 的时间增加百分之几？

B–3　一位饥饿的运动员遇到一个直径为 80 cm 的圆形水桶，内盛 100 cm 深的水。在他走过时看到靠近他对面的桶壁处有一条鱼，此鱼位于桶底和水面之间，从鱼到人眼的光线在桶轴处出水与竖直轴成 60° 角。假若人眼处于桶的边缘上方，为了打中这条鱼，他开枪射击必须与视线成多大的角度（忽略子弹进入水中的偏移）？

B–4　众所周知，当光线从一种透明媒质射向另一种媒质时，不是所有的入射光线都被折射，而是有一些被反射，还可能有少量的光被吸收或散射。在图 1·20·3 中，假若光束原来在较密的媒质中传播，当它射向两媒质交界面时，会发生什么现象？试画出并讨论不同 θ 角的情况。

折射

θ

反射

入射

图 1·20·3

B–5　两个平面镜彼此相交并在竖直的交线处形成严格的直角。试画图说明为什么用这种镜子我们"看自已就好象别人看我们一样"。

B-6　三个互相垂直的反射镜，相交成一个内直角。光线射到任一镜面再达到另一个或另两个镜面上，试证明：经过所有的反射(假定反射镜非常大)后，光线准确地沿入射光线的反向传播，但有横向平移。你知道这样的"角反射器"有什么实际的应用？

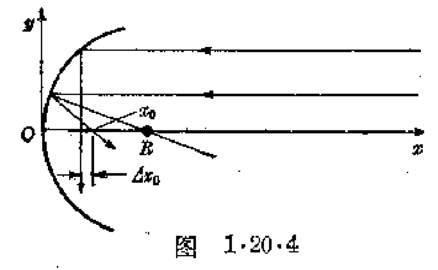


图　1·20·4

B-7　与轴平行的近轴光线投射到半径为 R 的凹面镜上(见图 1·20·4)。

a) 对于 $y \ll R$ 的情况，求出焦点的位置 $x_0 = x_0(R)$。

b) 当 $y/R = 0.2$(注意不再满足 $y \ll R$)，试求象点位置

$$x = x_0 + \Delta x_0。$$

并确定凹镜的相对象差值 $\frac{\Delta x_0}{x_0}$。

提示：$(1-a^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}a^2$。

B-8　太阳圆盘对地球的张角近似为 32 分，试求用半径 $r = 400\,\text{cm}$ 的凹面镜形成太阳象的位置和直径。

B-9　应用于某一光学装置中的 200 in(5.08 m)海尔(Hale)望远镜，具有 160 m 的焦距，求遥远恒星的焦平面与下列星体焦平面间的距离。

a) 月亮；

b) 倾斜距离为 300 km 的人造地球卫星。

B-10　在空气中一束平行光进入折射率为 n 的区域，通过界面聚焦到一点，试求这个界面应有的形状(y 是到轴的垂直距离，见图 1·20·5)。透镜一般做成球面的，在什么条件下，球面透镜可认为是满意的？

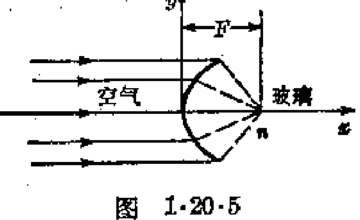


图　1·20·5

B-11　一段玻璃毛细管的外径为 D，玻璃的折射率为 n。当从侧面观察时，毛细管的内径看上去为 d'，试问毛细管的实际内径为多少？

B-12　一玻璃球的半径为 2 cm，折射率为 $n = 1.50$。如有一点光源放在离球心 12 cm 处，那么将成象在何处？

B-13　对光学仪器定标时，需要确定两条平行光线的精确间距 y，可以用如下办法：先使两条光线垂直而对称地射到一根玻璃棒上，棒的半径为 R，折射率为 $n = 1.60$，然后调节两条光线间的距离，直到它们正好聚焦在玻璃棒圆周上对面的一点，见图 1·20·6，问用 R 来表示的 y 是多少？

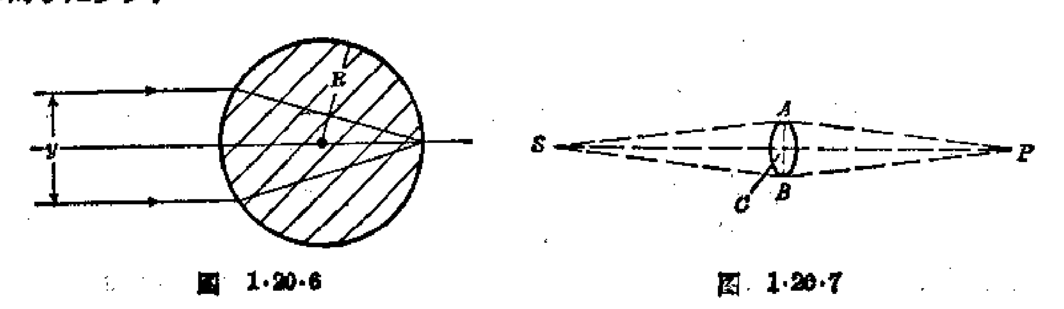


图　1·20·6　　　　图　1·20·7

B-14　图 1·20·7 中，S 是光源，P 是由透镜产生的象。$SC=CP=1.00\,\mathrm{m}$，$AC=BC=0.10\,\mathrm{m}$。透镜的折射率为 $n=1.6$，ACB 边缘处的厚度为 $3.0\,\mathrm{mm}$。如光线经 SCP 的时间与经 SAP 和 SBP 的时间相同，问透镜在 C 处的厚度应为多少？

B-15　一焦距为 F 的透镜，对远处的物体成一实象，再通过焦距为 f 的放大镜来观察此象，观察时，人眼对无限远聚焦，试求此系统的视角放大率。

B-16　两薄透镜 L 和 L' 的焦距为 f 和 f'，透镜间距为 D，试求此透镜组的等效焦距 F 和两主平面到相应透镜 L、L' 的距离 Δ、Δ'。

B-17　典型的人眼能对位于 25 cm 至无限远处的物体聚焦，有一焦距为 $f=15\,\mathrm{cm}$ 的薄的简单放大镜直接放在人眼的前面。

a）当物体放在哪两个极限位置之间时才能被看清楚。

b）试求出对每个位置的角放大率。

B-18　图 1·20·8 中的远距照相系统是由一个焦距 $f_1=30\,\mathrm{cm}$ 的正透镜和一焦距 $f_2=-10\,\mathrm{cm}$ 的负透镜组成，两透镜间的距离为 $27.5\,\mathrm{cm}$。试画出光路图，在图中标出，为了对第一个透镜前面 10 m 远的物体进行拍照，底板应当放在何处？

B-19　一简单的天文望远镜，有一直径为 $4.0\,\mathrm{cm}$。焦距为 $10.0\,\mathrm{cm}$ 的物镜和一焦距为 20 cm 的目镜组成，两个透镜光轴重合且相距 $12.0\,\mathrm{cm}$，用此望远镜观察张角大到 $5.7°$ ($\mathrm{tg}^{-1}0.1$) 的星，为了收集来自物镜的全部光线，目镜必须多大？（补救办法是在焦平面处放置一个"场镜"。）

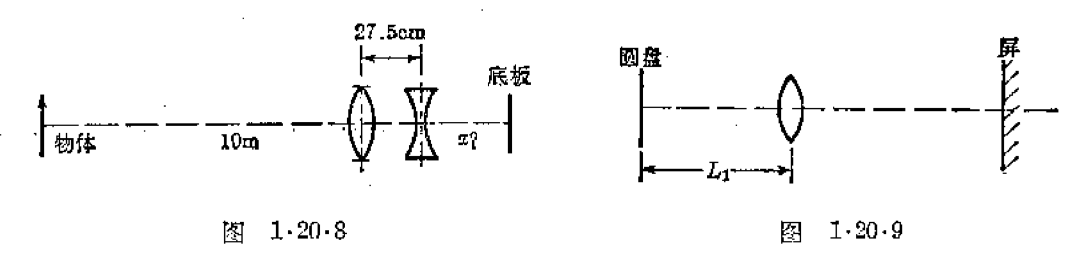


图 1·20·8　　　　图 1·20·9

B-20　图 1·20·9 中，直径为 D 的发光圆盘，垂直放在凸透镜的光轴上，它的实象成在一固定的屏上。当圆盘与透镜相距 L_1 时，象的直径为 d_1。现将圆盘移至与透镜较近的距离 L_2 处，并移动屏幕使象重新聚焦，新的象直径为 d_2，问：

a）是 $d_1>d_2$ 还是 $d_2>d_1$？

b）在第二种情况下，为了成象，必须将屏移向透镜还是移离透镜？

c）透镜的焦距是多少？

C-1　一束光会聚于某点 p，在给定的轴点 Q 处插入一单反射面，使光重新成象，会聚于一新焦点 p'，见图 1·20·10。试求出所需要的反射面的形状，距离 $QP'=D$、$QP=d$。

注意：需考虑反射镜插入光线的两种情况：

1）反射镜在光线通过 P 之前。

2）反射镜在光线通过 P 之后。

C-2　a）参照图 1·20·11，建立焦距为 f 的抛物线方程

$$y=x^2/4f$$

b）一桶密度为 ρ 的流体，以角速度 ω 绕竖直轴匀速旋转。试证：液体表面具有抛物线形状，并求出抛物面的焦距。

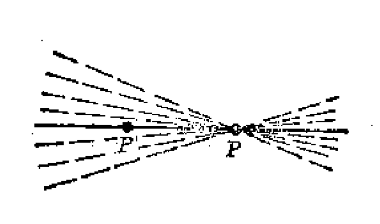
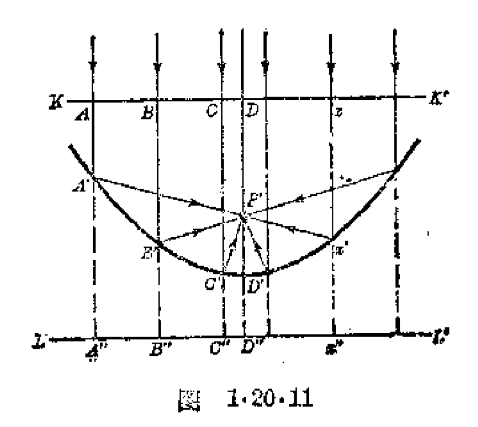


图 1·20·10


图 1·20·11

第二十一章　电磁辐射　干涉

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第二十八至二十九章。

1) 试用几何作图的方法表示下列两个复数问题，并证明：在每种情况下 A 有如下的绝对值：

a) $A=re^{i\theta/2}+re^{-i\theta/2}$；　$|A|=2r\cos\dfrac{\theta}{2}$

b) $A=\sum\limits_{n=0}^{N}re^{in\theta}$；　$|A|=r\dfrac{\sin\dfrac{N+1}{2}\theta}{\sin\dfrac{\theta}{2}}$

B-1　电荷 q 以角速度 ω 沿一半径为 a 的圆周运动。试计算与圆的轴线成 θ 角，与电荷的距离 R 很大处的电场。求在圆平面内及圆的轴线上很远距离 R 处的辐射强度。假定 $\omega a\ll c$。

B-2　电磁波在单位面积上传输的功率正比于均方电场强度。一振荡电荷有一定的辐射功率，矢径 R 与振荡轴的交角为 θ，问总辐射功率的多大一部分投射到垂直于矢径 R 的单位面积上？

在宇宙射线无线电探空气球上悬挂一竖直取向的偶极子，见图 1·21·1 气球高度为 25 km 与接收机的水平距离为 25 km，若发射机总辐射功率为 0.5 W，试用 $W\cdot m^{-2}$ 计算接收机的功率密度。

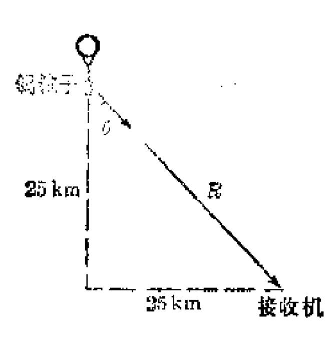


图 1·21·1

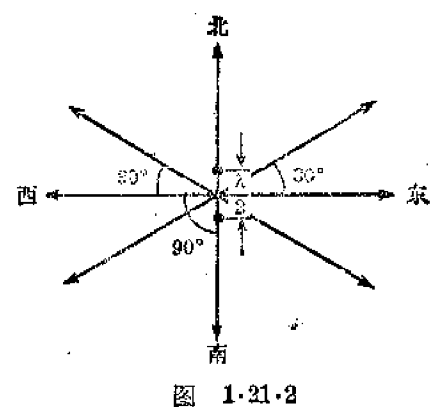


图 1·21·2

B-3　两根竖直的天线安排如图 1·21·2 所示。设单独激励其中一根天线时，在所有水平方向上辐射强度为 I_0，而当激励另一根时的辐射强度则为 $2I_0$。问同时将二根天线同相地被激励时，在图中所示各方向上观测到的辐射强度应当是多少？

B-4　四个相同的偶极辐射体，互相平行且以等间距 2.50 cm 排成行，见图 1·21·3。它们的受激频率是 3.00×10^9 Hz 从一端开始每个偶极子的相位落后前者 90°。试求在偶极子的赤道平面内(垂直于偶极子的轴线)，远离偶极子处的辐射强度图样，并用极坐标画出这个函数的草图。(这样的图称为辐射图形或天线系统的叶瓣图。)

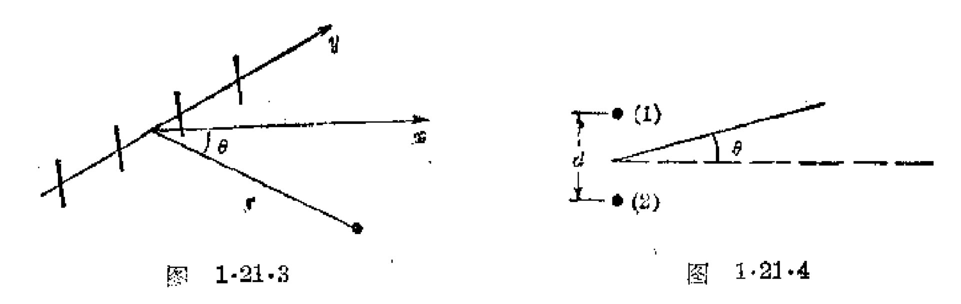


图　1·21·3　　　　图　1·21·4

B-5　图 1·21·4 中两个平行的偶极子的间距 $d=\lambda/2$ 并且它们具有相同的振荡频率和振幅。

a) 设振子都是同位相的，求在赤道平面内的 $I=I(\theta)$(叶瓣图)，并画出极坐标的图样。

b) 观察者在 $\theta=210°$ 处，为使他能观察到最大的讯号，试问振子(2)必须落后于振子(1)几分之几周期？当 θ 为什么值时收不到讯号？画出叶瓣图。

B-6　四个竖直的偶极子，置于如图 1·21·5 所示的边长分别为 a、b 的水平矩形顶角上，它们以同相位受激励，辐射波长 λ。为了在 $\theta=30°$ 的方向上远离电荷处产生最大的强度，a、b 应取的极小值 (>0) 是多少？

图　1·21·5

B-7　某观察者与两相同的电荷 q 相距为 R，两电荷都在 $t=0$ 时通过原点，其中一个电荷沿 z 轴运动，

$$z(t)=d\sin\omega t$$

另一个电荷则沿 x 轴运动，

$$x(t)=d\sin\omega t$$

求下列两点的电场强度 $\boldsymbol{E}(t)$：

a) $x=R/\sqrt{2},\ y=0,\ z=R/\sqrt{2}$；

b) $x=0,\ y=R,\ z=0\,(R\gg c/\omega)\,(\omega d\ll c)$。

B-8　一位测试辐射图样的野外工程师，驾驶直升飞机以 $120\,\text{mihr}^{-1}(53.6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ 的速率沿着半径为 $2.0\,\text{mi}(3.2\times10^3\,\text{m})$ 的圆周低空飞行。这个圆是以两个南北相对竖直放置的偶极发射天线的中点为圆心。对应于测试频率，两天线相距为半个波长，在正常情况下两天线以相同的位相振荡。现在发射机的操作者要对野外工程师开一个玩笑，他以一定的速率改变天线间的位相关系，使直升飞机上的工程师观察不到辐射强度的变化。当直升飞机在天线的正东方时发射机的操作者开始改变相位关系，试问当直升飞机在天线的东偏北 6° 时，他需以多大速率改位相关系？

B-9　两个电偶极子 A 和 B，相距半个波长，它们互相垂直并与两中心的连线垂直，如

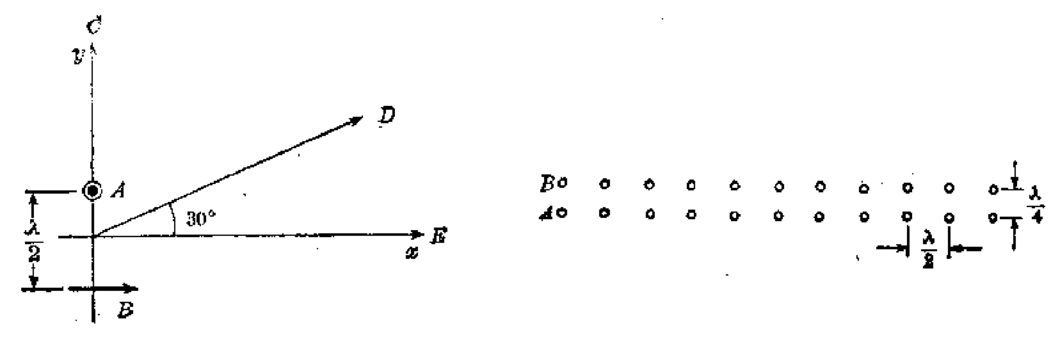


图 1·21·6　　　　图 1·21·7

图1·21·6所示。它们以相同的频率和位相受激励，但是偶极子 B 的振幅为 A 的两倍。

试求在 C、D、E方向（都在 x-y 平面内）上，远离偶极子处的辐射强度和 $\boldsymbol{E}$ 矢量的方向。

B-10　有两排振荡偶极子，每排 N 个，等间距排列如图1·21·7所示。A 排中的偶极子都以相同的位相受激励，而 B 排中所有的偶极子都以 90° 同步地落后于 A 排的偶极子。试画出在赤道平面内远离阵列处的辐射图象。

B-11　在一长度为 L 的长而直的导线中，电子都沿着导线以圆频率 ω，小振幅 a，作同位相的振荡。试求在与导线成 θ 角的远距离 R 处（$R \gg L$）的电场强度。

第二十二章　电磁辐射　衍射

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十章。

1．有 n 个等间距的偶极辐射体排成一行，长度都为 a 相互间距为 d 见图1·22·1。它们以相同的振幅 A 和频率 ω 沿直线振荡，但相继有一个相移 α。每个偶极辐射体都由许多原子偶极子组成。试证明：在 θ 角方向远距离处的衍射图象由下式表示

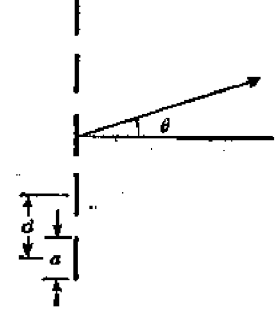


图 1·22·1

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\beta}{2}}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{n\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

式中：$\varphi = \alpha + \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$

$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$，$\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin\theta$，$I_0$是单个偶极子在0°角方向上的强度。

A-1　某光谱线波长为5500 Å（550 nm），宽度为 10^{-3}Å（10^{-4} nm），问这个原子振荡器的 Q 值是多少？

A-2　在什么条件下，被照亮的狭缝投射出它的"几何"阴影？（就是说在此条件下衍射效应可以忽略不计。）

B-1　一辆有两盏普通前灯（可视为点光源的汽车在一条笔直的路上从远处驶来，车上两灯相距120 cm，取人眼虹膜的孔径为0.5 cm，光的有效波长为5500 Å（550 nm），试问车与观察者之间相距多远时，观察者刚刚可以肯定看到的是两个灯而不是一个灯。光是白色的（很多波长的混合）这一事实会使观察者分辨两盏车灯更难一些还是更容易一些？

B-2　钠 D 线的波长分别是 5889.95 Å (588.995 nm) 和 5889.92 Å (588.992 nm)，问每毫米 600 条线的光栅需要多大才能在第一级衍射中分辨出这两条谱线？

B-3　图 1·22·2 中发射单一波长的点光源 L 位于理想平面镜上方一小距离 d 处，一屏幕立于平面镜的一端，并与 L 相距为 $D(D\gg d)$。试将屏上的相对光强表示成 Z 的函数，镜平面位于 $Z=0$ 处。(注意：平面镜使反射光的位相改变 $\pi=180°$。)

B-4　波长为 λ 的平行光，垂直地从左方投射到屏的圆孔上，在孔右方轴线 $z=10\lambda$ 处观察光强。

a) 若在观察点产生最大光强，问圆孔半径应为多大？

b) 若把屏取走，光强减弱多少？

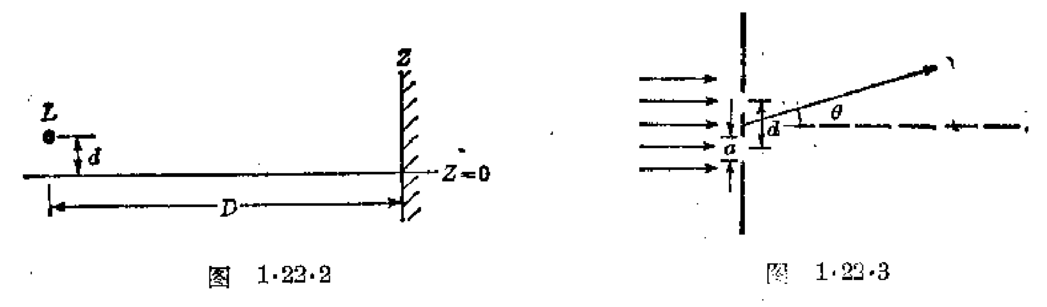


图 1·22·2　　　　图 1·22·3

B-5　图 1·22·3 中有一屏被 $\lambda=3\,\text{cm}$ 的平行微波辐射所照射，屏上有两个宽度为 $a=6\,\text{cm}$、相距 $d=12\,\text{cm}$ 的平行狭缝。

a) 试计算透过屏的衍射图样 $I(\theta)/I_{\max}$。

b) 有多少级主极大？每级对应的 θ 值是多少？

c) 在主极大位置处 $I(\theta)/I_{\max}$ 是多少？

C-1　用摄谱仪测谱线波长一般可测到 0.001 Å (0.0001 nm)，而摄谱仪分辨率可能只有 0.010 Å (0.0010 nm)，在此过程中有没有违反什么基本物理规律？试解释之。

C-2　一个法布里-珀罗干涉仪是由两个彼此互相平行，相距为 D 的非常光滑的平表面所组成，表面镀上薄膜，可以反射垂直入射的光强 R^2 倍，透射 T^2 倍。若有强度为 I_0 波长为 λ 的光从左面入射在一个表面上(见图 1·22·4) 一部分光直接透过系统，而另一部分光从第二个表面反射，再从第一个表面反射后从第二个表面透射出。一般来说，射出的光束是由经过 0、2、4、6…… 次反射后透过两膜的光合成的。问透射光强如何依赖于 D、λ、R 和 T？

注意：称为干涉滤光片的窄通带光学滤光片，其原理与此相同，但两个反射面是由高真空中镀上几层膜的玻璃片组成，并要精确地控制膜厚，膜是具有不同折射率的透明材料。

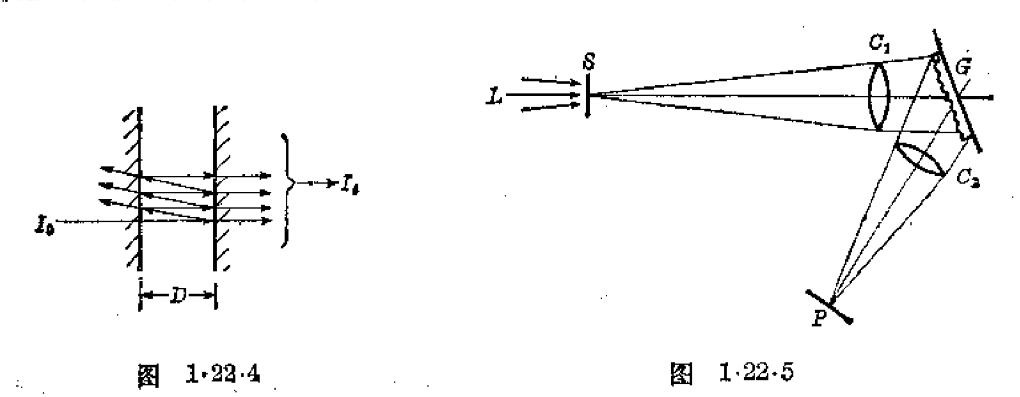


图 1·22·4　　　　图 1·22·5

C-3　常用的一种光栅摄谱仪的结构如图1·22·5所示。从光源 L 发出的光通过狭缝 S，然后通过准直透镜或反射镜 C_1 成为平行光(投射在光栅上如同从无限远处来的平面波)。于是平行光被光栅 G 衍射，在一定的角度范围内衍射到一个摄谱透镜 C_2 上，并聚焦于平面 P 上，这里光谱呈现带状，也可能在不同的位置有狭窄的光谱线。设 h 和 ω 表示狭缝的长度和宽度，C_1、C_2 的焦距是 F_1 和 F_2，光栅的法线与 C_1、C_2 轴线的夹角为 θ_1 和 θ_2，且光栅上每毫米的线条数为 N。问：

a) 在 P 上出现的光谱带有多宽？

b) 在 P 面上波长为多少的光谱线出现在 C_2 的轴线上？

c) 两波长差为1.00Å(0.1nm)的两条光谱线在 P 处的焦平面上相距多远？这个量常称为仪器的弥散。

d) 若狭缝的宽度 W 远远大于准直透镜的分辨率 $1.22\frac{\lambda F_1}{A_1}$ 此处 A_1 为准直透镜的孔径，则在 P 平面上光谱线的宽度应为多少？

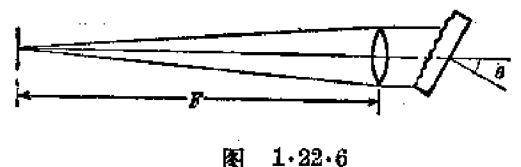


图　1·22·6

C-4　威尔逊山天文台的150英尺(45.72m)太阳塔式望远镜上的摄谱仪是利特罗(Littrow)型，其结构如图1·22·6所示。在这个装置中，一个单透镜兼有准直透镜和摄谱透镜的作用，且 $\theta_i=-\theta_d$(近似)。在狭缝的近旁形成一条光谱带，威尔逊山仪器的焦距 $F=23$m，光栅的刻画面积为15cm×25cm，每毫米有600条线，通常使用第五级光谱。

a) 光栅要倾斜多大角度 θ，才能使中性铁的λ5250.218的第五级谱线与狭缝的相重合？

b) 在λ3600~λ7000区间还有什么其他波长的谱线和狭缝的相重合？

c) 试设计一个简单的方法用以消去不需要的光谱级，仅留下第五级。

d) 仪器在λ5250第五级的色散是多少？

e) 用这种仪器理论上能分辨λ5250第五级的最小值 $\Delta\lambda$ 是多少？

注意：虽然在λ=5250Å(525nm)时 $\theta_i=\theta_d$，但一般当 θ_i 取固定值时，θ_d 则依λ而变。

C-5　当衍射光栅的沟槽的成型是使大部分的入射辐射投向一个特殊的方向时，光栅说成是在此方向炫耀。假定能够形成如图1·22·7所示的完整锯齿形沟槽，这个槽的表面倾斜一定的角度 θ_b。

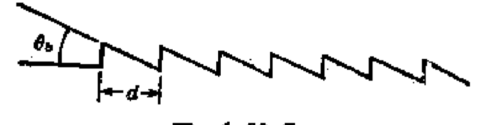


图　1·22·7

a) 应用衍射是物质的振子发射辐射的概念，这些振子是与入射辐射同相受激励的，试推导出当 $\theta_i=0$ 时，在什么方向上衍射光栅的强度最大(假定为白光)。

b) 估计发生炫耀的近似角范围。

第二十三章　电磁辐射　折射、色散、吸收

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十一章。

A-1　通过棱镜偏转最大的是红光还是蓝光，物理原理是什么？

B-1　假定铝中所有电子的固有频率都远远小于 X 射线的频率，求铝对波长为1.56×

10^{-8} cm 的 X 射线的折射率。

B-2 电离层对频率为 100 MHz 的无线电波的折射率是 $n=0.90$，求电离层中每立方厘米中的电子数。

B-3 注意到在折射率为 n 的媒质中传播的光波的电场为

$$E=E_0e^{i\omega(t-nz/c)}$$

a) 假若 $n=n'-in''$，试证明：

$$E=E_0e^{-n''\omega z/c}\cdot e^{i\omega(t-n'z/c)}$$

b) 应用方程

$$n-1=\frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m}\cdot\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2+i\gamma\omega}$$

来求辐射束强度的衰减率。辐射的频率精确地等于原子的固有频率。

C-1 已知波的瞬时能流密度为 $S=\varepsilon_0 cE^2\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$。

a) 求一个以振幅 x_0、角频率 ω 振荡的电子辐射的总功率。

b) 试将每周辐射的能量与振子储存的能量 $\frac{1}{2}m\omega^2x_0^2$ 相比较，并求出阻尼系数 γ_R。此过程称为辐射阻尼。

c) 一个被激发的原子辐射某一波长 λ 的光波，假若谱线宽度唯一来源于辐射阻尼，试从理论上计算所预期的谱线宽度。（将原子设想为一个具有大 Q 值的微小阻尼振荡器。）

第二十四章 电磁辐射 辐射阻尼 散射

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十二章。

A-1 自由电子对光的散射与波长有何依赖关系？

B-1 一束光通过每单位体积含有 N 个散射体的区域，每个散射体具有散射截面 σ，试证明在光束中余下的光强用通过的距离 x 的函数表示，可写成：

$$I=I_0e^{-N\sigma x}$$

B-2 应用散射公式

$$\sigma=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_ec^2}\right)^2\cdot\frac{\omega^4}{(\omega^2-\omega_0^2)^2}$$

和以前求出的气体折射率公式，证明 N_σ 可写成：

$$N_\sigma=\frac{2}{3\pi}\,\frac{(n-1)^2}{N}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4$$

利用蓝天的散射估算阿佛加德罗(Avogadro)常数 N_0，是估算 N_0 最早的方法之一。

B-3 太阳的内日冕(称为 K-日冕)是被自由电子散射的太阳光，与太阳边缘相距一个太阳半径的 K-日冕的视度，大约为 10^{-8} 倍太阳表面的亮度(每单位面积)。试估计太阳附近每立方厘米中的自由电子数。

B-4 当太阳光穿过大气层时，在下列情况中蓝光[$\lambda=4500$ Å (450 nm)]减弱多少？

a) 太阳在天顶时。

b) 太阳在地平线上 10° 时。

B-5 将一小段铜的直导线放置在一雷达天线所发射的电磁波束中，导线会散射一部

分电磁波，波的电场引起导线中电子的运动，就是这种运动产生了"散射"波的辐射。对于一小段导线（长度 $\ll\lambda$），我们可以假定导线中电子的平均位移是沿着导线的轴向，且正比于平行导线的电场分量，也就是说假若在导线中有 N 个电子，它们的平均瞬时位移是 d，就有 $d=\chi E_{11}$，式中 E_{11} 是波的平行于导线的电场分量。我们很想知道（用 χ 和 N 来表示）

a）导线的最大散射截面是什么？

b）散射截面如何依赖于导线的取向？

C-1　发现了一种新的辐射（称为 X 射线，因为它们是新奇和神秘的），认为它们可能象光波一样是横波。观察到这种射线被物质中电子所散射，你如何证明它们是横波，并且能成为偏振波？

C-2　假定一带电振子的运动方程为：

$$m\,\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2+\omega_0^2x-(2e^2/3c^3)\mathrm{d}^3x/\mathrm{d}t^3=F(t)$$

试证明三阶导数项正确地描述了在任何频率下由于辐射造成的能量损耗率（辐射阻尼）。

提示：假定 $F(t)=A\cos\omega t$ 并求从激励源中吸收的功率。

C-3　在星际空间中确信存在有由碳、冰和少量的其他元素组成的微粒尘埃云，当我们对尘埃后的星星的视觉感到模糊了 100 倍（即 5.0 星等级）时，试估计每单位面积需要这种尘埃的最小质量（$\mathrm{g\cdot cm^{-2}}$）。注意，尘粒可以通过散射和简单的吸收移去星光。

第二十五章　电磁辐射　偏振

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十三章。

A-1　从湖面上斜向反射的偏振光（例如初升的太阳或月亮的光），电场是在竖直面内还是在水平面内？

A-2　照相机常常使用黄色滤光片或偏振滤光片，是为了使云能在天空背景中显现出来，试解释这两种技术的物理原理。

A-3　放置两个偏振片使它们的光轴相交成直角。第三个偏振片插在它们之间，光轴与第一偏振片的光轴成 θ 角，这个组合透射的强度应是多少？设偏振片是理想的（入射的天然光可透射 50% 没有光透过正交的偏振片）。

B-1　一电子以恒定的速度在一圆形轨道上运动，试对以下特殊的点，讨论电子发射辐射的强度和偏振的状况。

a）在圆的轴线上。

b）在圆平面内。

B-2　假定一束平面偏振光投射到一偏振片上，若偏振片的光轴平行于光的偏振轴，透射强度是原强度的 α^2 倍，若两轴互为垂直时，透射强度是原强度的 ε^2 倍（如果偏振片是理想的，α^2 就是 1，ε^2 是 0。）。强度为 I_0 的非偏振光，垂直地投射到光轴间夹角为 θ 的一对偏振片上。问透射强度应为多少（忽略反射效应）？

B-3　一位正在渡假的加州理工学院一年级大学生和一位女朋友在散步。当他看到地平线上 10° 的月亮被平静的湖面所反射，触景生情地想起《费曼物理学讲义》（第一卷）第三十三章，并企图计算一下，月影与月亮相比应该多亮。他假定月亮发射的光是非偏振的（近似的），他应当预期得到什么结果？试证明：对掠射的入射光，反射光强接近 100%

B-4　试证明布鲁斯特(Brewster)角(对这样的入射角 i 反射光是线偏振的)满足：

$$\tan i = n$$

B-5　假若光垂直地投射在钻石($n=2.40$)的小平面上，试问：

a) 入射光中反射多大一部分？

b) 钻石的布鲁斯特角是多大？

B-6　有一平面偏振光通过一列(n 个)偏振片，每片相对前者按顺时针方向转过一角度 θ/n。第一个偏振片相对于入射光的偏振面顺时针方向转过 θ/n。若原来的光强为 I_0，试求通过这些偏振片之后光的强度和偏振方向。

B-7　线偏振光通过 1/4 波片，随后通过一偏振片，偏振的方向和 1/4 波片的光轴成 θ 角。当偏振片旋转时，观察到透射光强存在极大值和极小值。假定垂直入射，对于 $\theta \leqslant 45°$ 的比值 $I_{\max}/I_{\min}$ 是多少？

B-8　将一块折射率为 $n_0=1.533$ 和 $n_e=1.544$ 的石英晶体研磨成厚度为 0.12 mm 的薄晶片，并使它的光轴平行于晶片的表面。如将此晶片插到两个互相正交的偏振片之间，且使其光轴和偏振片的光轴成 45°，问在可见光[4000～7000 Å(400～700 nm)]区中，哪个或哪些波长的光通过系统后有最大的强度？

B-9　对波长为 600 nm 的光，石英晶体的寻常光和非常光的折射率分别是 $n_0=1.544$ 和 $n_e=1.553$，假若将石英晶体平行于它的光轴进行切割，当光垂直入射并透过这样切成的晶片时，人们可以利用寻常光和非常光在速率上的最大差异。对上述波长的光，为了使这两条光线的相对位相改变 90°，问晶片的厚度应该是多少？假设对波长 410 nm 的折射率为 $n_0=1.557$ 和 $n_e=1.567$，并且将此石英片切成对 600 nm 波长为四分之一波长。若比较短波长的光进入晶片之前为线偏振光，试充分地讨论透射光的偏振状态。

C-1　给你一块抛光的黑曜岩片，要求测量它的折射率，你打算如何进行？你预期能达到怎样的精确度？

第二十六章　电磁辐射　相对论性效应

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十四章。

1. 半径为 A 的圆盘在水平面上无滑动地滚动。求距盘心为 $R\leqslant A$ 处一点的轨迹方程，用 A、R 和圆盘转角 θ 表示。设 x 为由盘心竖直测量的坐标，z 为水平测量坐标。证明：

$$z = A\theta + R\sin\theta$$

$$x = R\cos\theta$$

A-1　试讨论同步辐射和轫致辐射的偏振特性。

A-2　如果你测量一个天体(如蟹状星云)所发射的电磁辐射，你将怎样区别同步辐射和轫致辐射？

A-3　假设你沿着你的坐标系的 x 轴看蟹状星云的一个小区域，观察到同步辐射在 z 方向上偏振。求磁场的方向，并讨论之。

A-4　考虑一电子以相对论性速度在均匀磁场中作圆周运动。当：

a) 观察者沿磁场方向观察；

b) 观察者沿与磁场垂直的方向观察；试画出观察到的电场强度随时间(至少超过两周)

变化的草图。

A-5　一给定的光束，对黑体的辐射压力和对镜面的辐射压力，哪个较大？试解释之。

A-6　由于地球在轨道上的运动，布喇德雷(Bradley, 1728)观察到光行差，因而恒星在天空中呈现移动。对于接近黄天极的恒星，望远镜的瞄准方向，必须“朝前”偏一个 20.5″(最大限度)的角度，如果已知光的速度为 $3.00\times10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 问由此观察结果导出的地球轨道半径为何值？

B-1　按《费曼物理学讲义》第一卷第三十四章第 328 页上的设想，用洛仑兹变换推导恒星光行差的表示式

$$\sin\theta = v/c。$$

B-2　在火箭飞船里的人运行速率为 $0.5c$，此人观察与其运动方向成 90° 方位上的一颗恒星。恒星光谱中一条确定谱线出现的频率为 ν_0。现在他倒转飞船，并以同样速率沿来路返回。问他这时看到恒星在哪里？这条谱线的频率 ν_1 是多少？

B-3　空间探针正沿径向向远离观察者方向运动。观察者把频率为 ν_0 的雷达波束朝向探针，并测得返回波束频率为 ν'。问探针载体相对于观察者的速率是多少？(假设载体在静止坐标系中时，返回波束频率不变。)

B-4　来自太阳赤道直径相对两端的辐射谱线图，示出 H_α6564.7 Å(656.47 nm)线有 0.1 Å(0.01 nm)的偏移，问太阳赤道上的圆周(线)速率是多少？

B-5　观察到某恒星光谱的钠 D 线(实验室波长为 589.0 mμ)移至 588.0 mμ，问此恒星相对于观察者的速率是多少？在此情况下，非相对论性多普勒公式是否够精确？

B-6　加州理工学院天文学家埃·斯密特(M. Schmidt)测量来自遥远类星体的某些光谱线波长，发现红移为 $\Delta\lambda=2\lambda$. 推测该类星体后退速率。

C-1　在 26 章第 1 题中，如果 $z=ct$. 求该点的横向加速度 $\frac{d^2x}{dt^2}$。这是为了计算沿半径为 R 的圆轨道运动粒子的辐射所需要的负加速度。

a) 以可观测量 R、v(粒子的速率)和 x(观测时刻粒子的视横向位置)表示这个结果。

b) 求粒子在圆轨道上向着观察者和离开观察者运动时所观测到的辐射强度比。

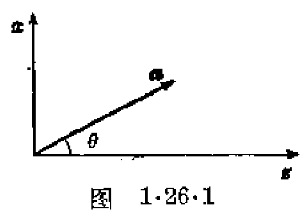


图　1·26·1

C-2　给开始静止于 $x=0$、$z=0$ 的电子(时间 $t>0$)一个加速度 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}$ 在 x-z 平面内与 z 轴成 θ 角，见图 1·26·1。计算(相对论性地)在 $z=R_0$ 点的电场强度 $\boldsymbol{E}(t)$，其中 R_0 是一远距离。用实际加速度 a、θ 和 $\beta=v/c$ 表示你的结果，其中 v 是电子的实际速度。

C-3　用波长为 λ、强度为 I_0 的垂直入射光照明一面积为 A，厚度为 d 的圆盘。对下述三种情况计算由于辐射压力产生的作用力。

a) 圆盘不透明也不反射；

b) 圆盘具有折射率 $n=1.5$(答案精确到百分之十就可以了)；

c) 圆盘具有复数折射率 $n=1-in_2$(n_2=实数)。

C-4　半径为 30 m 的气球，为了防止太阳的加热作用，将其外表面作成几乎是完全反射的，当气球在距太阳 1 天文单位(A.U)的空间中自由运动时，由于对太阳辐射的反射而产生的力是多大？

C-5　在人们提出的空间推力的一个方案中，把高反射率的塑料薄膜片用来作为辐射压力"帆"，可以作成 100 m 见方的平面薄片，飞船的质量为 10^5 kg。如果飞船开始时在半径为 1 A.U.的圆轨道上环绕太阳运行，说明怎样使用这个"帆"来增加轨道的平均半径？求轨道半径增大的速率。(提示：使通过辐射压力转换给空间飞船的功率达到极大值。)

C-6　假设行星际空间充满了很小的、平均比重为 ρ 的"尘埃"颗粒。颗粒大致呈球形，半径为 R。

a) 证明对于任何大小的尘埃颗粒，指向太阳的万有引力与离开太阳的辐射压力之比与颗粒到太阳的距离无关。

b) 在地球轨道上的太阳辐射强度是 $1374\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$ 设吸收截面是 πR^2，求半径 R 为何值时，辐射压力和万有引力刚好平衡。

c) 考虑《费曼物理学讲义》第一卷，第三十二章的结果，尘埃颗粒的有效横截面能比 πR^2 大得多吗？

第二十七章　量子行为：波、粒子和光子

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十七和第三十八章。

A-1　两块晶体的晶胞大小相同，形状相同，但晶胞内的原子排列不同，试定性地比较这两块晶体的 X 射线衍射图样。

A-2　具有动量 p_0 的平行电子束通过宽度为 W 的狭缝。问经过狭缝后电子束的角展宽近似为多大？

A-3　a) 热中子具有动能 $T \approx \frac{1}{40}$ eV，问对应的波长是多少？

b) 具有动能为：i) 1 KeV；ii) 1 MeV 的电子的波长是多少？

c) 质量为 50 g，运行速度为 $1000\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的物体对应的波长是多少？

d) 比较一下 1 MeV 的 X 射线和具有总能量为 $E_{总} = 1$ MeV 的电子，哪一个具有较短的波长？

A-4　波长为 4100 Å 的光，在某一光电池中，能产生最大动能为 1.0 eV 的电子。这个光电池能够响应的最长波长是多少？

A-5　氢原子基态电子的能量(动能加势能)是 −13.6 eV。如果质子俘获一自由电子，形成一处于基态的氢原子，问在这过程中，所发射光子的波长是多少？辐射是在光谱的可见区，还是红外或紫外区？

A-6　一个 μ^- 介子($m_\mu = 206 m_e$)和一个质子可以形成一个(类氢的)μ^-介原子。试估计这个原子的玻尔(Bohr)半径，用 Å 表示(1 Å $= 10^{-10}$ m)。

A-7　要求估计一个谐振子最小可能有的能量，谐振子的能量决定于 $E = \frac{p^2}{2m} + \beta x^2/2$。根据测不准原理，要减小动量 p 就必然增加平均位移，因此最小能量的条件应在这两者之间折中求得。问最小能量是多少？

A-8　电子从原子的激发态跃迁到基态时，观察到光谱线[$\lambda = 5000$ Å (500 nm)]的展宽

为 0.01 Å (0.001 nm)。问这个原子处于激发态的平均时间有多长?

A-9 观察到自由中子衰变成质子和电子,一个可以想象的中子模型是电子-质子束缚态。如果估计中子的半径为 1×10^{-15} m,计算在这个模型中束缚电子的近似能量(以 MeV 表示),谈谈你对这个模型的见解。

A-10 根据测不准原理,在小的时间间隔内,粒子的静止质量是不确定的。例如在原子核内一个质子可以发射一个(实的) π^0 介子($m_\pi=270\,m_e$),而在短时间内,π^0 介子又被吸收。考虑 π^0 介子被吸收前在核内所走的距离,估计核的大小。你的论证要确保自洽。

A-11 在《费曼物理学讲义》第一卷,第三十二章(302 页)中,曾讨论过一个激发原子会以一定速率辐射它的能量,这样就有两个效应,激发态具有有限的寿命和对相应的谱线有有限的宽度。证明这两个效应与测不准原理相符,可用光子的能量和时间(或动量和位置)测量的不确定性来解释。

A-12 a) 请你自己用量纲分析检查氢原子的"玻尔半径";

b) 用测不准原理证明把氢原子内与质子结合的电子移去所需要的能量是在几个电子伏的数量级。

A-13 a) 处于基态的氢原子吸收了波长为 500 Å (50 nm) 的 X 射线,求发射电子的动能,用电子伏表示;

b) X 射线能使未被激发的氢原子电离的最小频率是多少?

B-1 果园主人发现将两棵树栽成一行很容易,三棵栽成一行就比较困难了。然而经过实践和细心测量,他把 64 棵小树栽在一正方形东-西,南-北的格点上,8 棵树成一行,共 8 行。其正方形为 6 m×6 m。站在果园的一个角上,把他所在角上这棵计算在内,他看到有三排,每排 8 棵;有二排,每排 4 棵;有 4 排,每排 3 棵。

a) 这九排中相邻两排间最小夹角是多少?

b) 在任一排中,相邻两树间最大距离是多少?

c) 在一个"无限大的果园"中,按上述那种格点栽树。从空中观察上述的每一排形成一组整齐栽着树的平行线之一。任一组的相邻线间的距离可以看作是它的"格线间距"。试求从果园南面到 45° 线之间,相继各组的格线间距。

B-2 NaCl 晶体中的钠和氯原子交替位于立方晶格的顶角上,从 Na 到 Cl 的最近间距是 $d=2.82$ Å (0.282 nm)。求 NaCl 晶体晶面的五个最大间距。如果用波长为 1.50 Å (0.15 nm) 的 X 射线,对于这些晶面在什么角度上发生第一级布喇格 (Bragg) 反射?

B-3 在氢的紫外光谱中,观察到的线系叫做赖曼 (Lyman) 系。这个线系中的三个最长波长是 1216 Å (121.6 nm)、1026 Å (102.6 nm) 和 973 Å (97.3 nm)。根据这些数据,可以"预言"氢光谱中有另外三条可能的谱线,结合里兹组合原则,试计算它们的波长。这些谱线中的两条是在可见区(巴耳末 (Balmer) 系),一条在红外区[帕邢 (Paschen) 系中的第一条]。

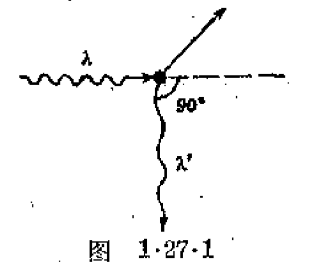


图 1·27·1

B-4 图 1·27·1 中波长 λ=3 Å (0.3 nm) (x 射线) 的光子,被静止的自由电子向 90° 角方向散射。问反冲电子的动能(用 eV 表示)是多少?

B-5 一"单色"热 (1/40 eV) 中子束打在一晶体上。晶体内与表面平行的晶面间距 $d=1.2$ Å (0.12 nm)。

a) 以多大角入射，才能发生布喇格反射？

b) 在多大的临界能量 E_0 以下，不再发生衍射？

B-6　考虑电子被布喇格面间距为 $d=1.2\,\text{Å}(0.12\,\text{nm})$ 的晶体衍射，这个衍射装置容许使用的电子束能量为

$$\text{I)}\ E_k=10\,\text{keV}$$

$$\text{II)}\ E_k=0.5\,\text{MeV}$$

a) 在以上两种情况中，第一级衍射极大发生在多大角度上？

b) 如果你用这个装置来精确地测定晶面间距 d，你要使用哪束？为什么？

C-1　某原子发射光子后从激发态 E_1 返回到基态 E_0，原子发射这个光子持续的典型时间为 $10^{-8}\,\text{s}$。

a) 如果辐射的光子具有 $5000\,\text{Å}(500\,\text{nm})$ 的波长，表示这个光子的波列的半宽度 $(\Delta\lambda)$ 是多少？

b) 光子的波长是用与传播方向垂直放置的优质光栅测定的。如果光栅间距是使第一级衍射极大在 $45°$ 角上，这光栅必须多宽（用米表示）才能测量(a)中所求的半宽度 $\Delta\lambda$？

c) 用 eV 表示的原子激发态和基态间的能量差 (E_1-E_0) 是多少？

C-2　在一个简单的非相对论性氢原子模型中，假设：

1．电子和质子之间的力是

$$\boldsymbol{F}=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r}$$

2．电子在环绕质子的圆轨道上运动，运动中电子的动量和轨道半径的乘积（角动量）由下式给出：

$$pr=n\hbar$$

式中 $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$，$\hbar=$普朗克常数$/2\pi$。

a) 计算第 n 级轨道的半径和第 n 级轨道上电子的角速度；

b) 电子在第 n 级轨道上的动能、势能和总能量各是多少？

c) 原子中的电子在从较高轨道到较低轨道发生量子跃迁时，失去能量并发射光子。这个模型意味着氢原子所发射的光子的能量可以是多少？

第二十八章　气体分子运动论

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十九章。

A-1　气体的压力 p 应怎样随 n 而变化？n 是单位体积内的原子数，$\langle v\rangle$ 是原子的平均速率。（p 应与 n 和(或) $\langle v\rangle$ 成正比吗？或者，它的变化要比线性变化更快，或更慢？）

B-1　如果理想气体作绝热压缩，则 $PV^\gamma=$常数。另一方面，在所有条件下 $PV/T=$常数。结合这些，试推出在绝热压缩过程中，P 和 T 或 V 和 T 的关系。

B-2　a) 两个气体样品 A 和 B，开始时体积 V_0 相同，绝对压力 P_0 也相同，突然进行绝热压缩，每个气体样品成为开始体积的一半。试比较每个样品的最后压力与最初压力比。设 $\gamma_A=5/3$（单原子）和 $\gamma_B=7/5$（双原子）。

b) 求完成所述两个压缩过程所需功之比。

B-3 图 1·28·1 中，两个容器体积 $V_1=V_2=V$，用一带阀门的小管连接。开始时关闭阀门，两容器内盛有单原子气体，压力分别为 P_1 和 P_2，温度为 T_1 和 T_2。问打开阀门后，相连容器内最后的压力和温度是多少？（忽略系统的热损耗）

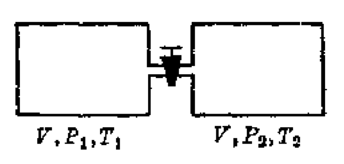


图 1·28·1

B-4 a) 设想有一高大的竖直气体或液体柱，其密度随高度变化，证明作为高度函数的压力 P 可用微分方程

$$dP/dh=-\rho(h)g$$

表示。

b) 对于分子量为 μ 的理想大气的情况，温度可看作常数与 h 无关，解这个微分方程。

B-5 具有不漏气、无摩擦活塞的气缸，盛有 $1\,m^3$ 单原子气体($\gamma=5/3$)，压力表指示 1 个大气压($1.01\times10^5\,Nm^{-2}$)，让这气体缓慢地在等温下压缩至最后体积只有 $0.4\,m^3$。完成这个压缩过程所必须作的功是多少？

B-6 用一个自行车打气筒给轮胎打气，开始时空气为 1 atm20°C(293 K)。打气后压力计指示 $50\,lbin^{-2}$(3.45 atm)。如果空气的 $\gamma=1.40$，问空气离开打气筒时的摄氏温度是多少？忽略耗散到打气筒壁上的热量。($1\,amt=1.01325\times10^5\,Pa$)

B-7 一50 L 的容器，通过一带有压力释放阀的短管与一 15 L的容器连接。只当大容器中的压力比小容器的压力大 880 mmHg(1.16 atm)时，阀门才容许气体由大容器通向小容器。如果在 17°C 大容器所盛气体为 1 atm，小容器则已抽空，当两容器同为 16.2°C 时，小容器内的压强是多大？

B-8 体积分别为 $200\,cm^3$ 和 $100\,cm^3$ 的二球形泡，连在内有隔热多孔塞的短管上(见图 1·28·2)。这多孔塞只允许两泡的压力趋于相等，而温度可以不等。当这系统装有压力为 760 mmHg(1 atm)，温度为 27°C 的氧气时被封死。小泡浸在 0°C的冰浴中，大泡放在 100°C 的蒸汽浴中，问这系统内的最后压力是多大？忽略两泡的热膨胀。

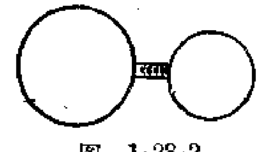


图 1·28·2

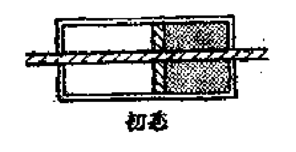
B-9 带有可动活塞的非隔热容器，盛有 1 摩尔的单原子理想气体，开始处于 P_1、V_1 和 $T_1=27°C$ 的状态。用 $8.31\,W\cdot h$ 的总能量对气体缓慢加热，同时使气体等压膨胀到新的状态 P_1、V_2 和 T_2。计算气体新的内能和气体膨胀时所作的功，并求

a) T_2; b) V_2/V_1。

C-1 有两个相同的容器，每个容器的一半盛满氮气，另一半抽空。每个容器被活塞分成两部分，活塞上装一个通过它的小旋塞(见图 1·28·3)，现在做下面两个实验：

a) 打开一个活塞上的旋塞，让气体流到另一边直到平衡为止。这时将活塞很慢地移到容器的一端；

b) 将另一容器的活塞很慢地移动到容器抽空的一端，然后打开旋塞。定量地比较这两个容器内气体的末态。（忽略通过器壁和摩擦的热损耗）。



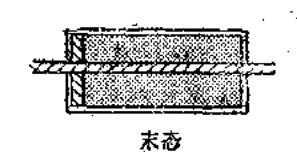


图 1·28·3

C-2　压力和密度是高度的函数并满足关系 $P\rho^{-\gamma}$ 等于常数的大气称为绝热大气。

a) 证明这样的大气温度随高度线性地减小，并求比例系数。这个温度梯度叫做绝热温度垂直梯度。对于地球的大气求出这个温度梯度；

b) 从能量的角度考虑，说明大气具有比绝热温度垂直梯度小或大的温度梯度，是分别对应于在对流中是稳定的或不稳定的。

C-3　一个充满氩气的汽缸，装有质量为 m 面积为 A 的活塞，并用弹簧连起来，如图 1·28·4 所示。平衡时氩气总压力为 P_0，活塞离开系统任一端的距离是 L_0，弹簧(常数 $=K$)压缩了 x_0(它的自由长度是 L_0+x_0)。如果气体等温压缩，求活塞作小振动($x \ll L_0$)时的频率。

提示：对于 $x \ll 1$，可用 $1/(1+x) \approx 1-x$。

图　1·28·4

C-4　在通常温度下，四氧化氮部分地分解成二氧化氮如下：

$$N_2O_4 \rightleftharpoons 2NO_2$$

把 0°C、0.90 g 的液态 N_2O_4，装入体积为 250 cm³ 的抽空烧瓶中。当瓶内温度增至 27°C 时，液体全部汽化，压力达到 960 mmHg(1.26 atm)，问分解了的四氧化氮的百分比是多少？

第二十九章　统计力学原理

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第三十九和第四十章。

A-1　在温度为 T 的气体中，质量为 m 的物体的均方根速率 v_{rms} 是多少？

A-2　对于两个不同的温度 T_1 和 $T_2(T_2>T_1)$，画出麦克斯韦(Maxwell)分布率 $f(v_x)$ 相对于 v_x 和 $f(v)$ 相对于 v 的草图。

A-3　把某双原子气体的分子看作是刚性的哑铃，可以自由转动和任意平动，但不能振动。在体积不变的条件下，问(经典的)比热是多大？

B-1　某物质的定容摩尔热容量 C_v 是一摩尔的物质保持容积不变温度升高 1 度所需要的能量。求下面两种气体的定容摩尔热容量各是多少？

a) 单原子理想气体；

b) 双原子理想气体。

B-2　在大气压定律中，$n=n_0e^{-\frac{mgh}{kT}}$；$\frac{kT}{mg}=\frac{RT}{\mu g}=h_0$ 叫做等级高度(Scale height)，μ 是分子量。求出地球大气，太阳大气的等级高度值。已知 $\mu_{地}=29$，$T_{地}=300K$，$\mu_{日}=1.5$，$T_{日}=5500\,K$，$g_{日}=2.7\times10^2\,m\cdot s^{-2}$。

B-3　有一长为 L，横截面积为 A 的密闭长管，竖直立于地球引力场中，管内充以等温、均匀的 N 个双原子气体分子，每个分子的质量为 m。问管两端的压力各是多少？

注：显然 $p(h=0)-p(h=L)=\frac{Nmg}{A}$

B-4　在恒定引力场中的等温大气，被局限在无限高，均匀横截面积为 A 的柱体内。气体含有两种类型的分子，一种质量为 m_1，另一种质量为 $m_2(m_2>m_1)$，分子数各为 N。

a) 求质量为 m_1 的相对分子数，写成地面($h=0$)以上高度的函数。这分子数的最大值

和最小值各是多少？发生在 h 为何值时？

b) 如果你位于地面以上某一距离处，在你下面 m_2 分子的百分数 $(1-1/e)$ 大约是 63.2。那么，在同样高度处你下面 m_1 分子的百分数是多少？

B-5 麦克斯韦分布律的一般形式是 $dN/dv=Av^2e^{-bv^2}$，这可以变换为 $y=x^2e^{-x^2}$。

a) 在 $0\leqslant x\leqslant 3.0$ 内，图解这方程，指出 $y=x^2$ 的增长曲线是如何被指数衰减项所抑制。

b) 求最大纵坐标。

c) 试看你画出的曲线下的面积在多大程度上接近于 $\int_0^\infty x^2e^{-x^2}\,dx$。

B-6 根据麦克斯韦-玻耳兹曼分布律，在给定体积内，具有速率 v、在 dv 区间的相对分子数由下式给出：

$$f(v)dv=Av^2\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)dv$$

从这个分布出发，计算具有动能 E、在 dE 区间的相对分子数 $F(E)dE$。

B-7 下式给出对于 N 个粒子群的速率分布函数：

$$f(v)dv=kv\,dv \quad (0<v<V)$$

$$f(v)dv=0 \quad (v>V)$$

a) 求 k；b) 求平均速率和方均根速率。

B-8 在处于热平衡的气体中，问撞击一个表面的分子具有动能大于

a) 平均动能；b) 3 倍平均动能。

的相对分子数是多少？

B-9 体积相等 $(V_1=V_2=V)$ 的两个容器，用小"针孔"管连起来。这两个容器分别保持在恒温 T_1 和 T_2 下。所有的气体分子都有相同的质量 m。求仅为 T_1 和 T_2 的函数的压力比 $P_1/P_2=f(T_1, T_2)$。

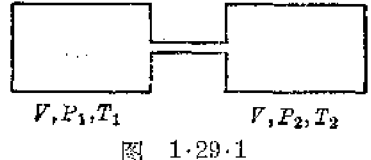


图 1·29·1

B-10 在温度为 T 的炉内，每单位体积有 n 个质量为 m 的原子，其中一些原子通过面积为 A 的小孔逃掉。（孔足够小，不影响炉内的平衡。）

a) 问每秒通过面积 A 离开的、具有速率在 v 和 $v+dv$ 之间的原子数是多少？

b) 它们的方均根速度 v_{rms} 是多大？（如果与炉内的 v_{rms} 不同，解释原因。）

C-1 Na^{23} 蒸汽在气体放电管中发射 5890 Å 的强黄线。如果蒸汽处于室温，试粗略估计由于热运动而引起的多普勒(Doppler)偏移，使这条谱线显示的宽度是多少埃？（使用数据：对于 Na^{23}，$mc^2\approx 23\times 10^9$ eV）

C-2 吸收光谱系的可观察度取决于该系最低能态的原子数。如果对氢赖曼系的最低能态是 -13.6 eV，巴耳末系的最低能态是 -3.4 eV，气体处在多大温度时，才能使产生巴耳末吸收光谱的原子数等于产生赖曼吸收原子数的 $1/e$ 倍。（这是估计恒星温度的一种方法的基本原理。）

C-3 氢原子的基态具有四个能量相同或很接近的亚能态。类似的情况是在高 10.2 eV 的第一激发态有 16 个这样的亚能态。问在温度 $T=5700$ K 的太阳表面上，这两态的原子数目之比是多少？

C-4 在一个辐射计中，低压的气体分子轰击一组薄而轻的叶片，叶片的一面是黑的，

另一面是亮的。当辐射射到这些叶片上时，吸收的能量大部分被打在每个叶片涂黑面上的分子所带走，叶片由于这个不平衡力的作用而发生转动。考虑一个容器内，每单位体积有 n 个质量为 m 的分子，绝对温度为 T。容器内薄叶片的单位面积以 πW 的速率吸收辐射能，这能量由打在叶片一面上的分子所带走(各向同性地)。

对于室温的空气，粗略估计作用在叶片上的非平衡力。

*(涂黑面比亮面粗糙，打在粗糙面上的分子在弹回前，被俘获一短暂时间，而打在亮面上的分子立刻弹回跑掉了。被俘获的分子和叶片趋于热平衡，而那些直接被弹跑的就不会。)

C-5 a) 处于标准状态 (N.T.P.) 下的空气，以速率 v 通过一均匀横截面积为 A 的光滑管子。空气通过一金属丝栅网后变热，栅网对气流的阻力可忽略，输入的功率是 WW。最后由管流出空气的速率是 v'。写出空气通过管子的质量、能量和动量的守恒方程。从而求：

i) v'; ii) 末温度 T; iii) 推力* F。

* 这基本上是一个喷气发动机。

提示：为了简便，可以考虑一个"低效率"发动机，它的进口和出口压力相等。

b) 如果发动机每秒消耗 100 kg 空气和 2.00 kg 煤油，用 a) 部分的结果来讨论一个飞机喷气发动机的近似性能。煤油的燃烧热约为 $4.65\times10^7\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}}$。问有什么复杂情况可以使你的结果无效?

第三十章 均分原理 分子运动论的应用

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十一和第四十二章。

A-1 计算以下各量：

a) kT 等于 1 eV 的温度 T。

b) 室温下用 eV 表示的 kT 值。

c) 与 eV 的量子跃迁相对应的光子的波长。

A-2 激活能、汽化热、结合热或离解热等等，常用 $\mathrm{J\cdot(mol)^{-1}}$ 或以 $\mathrm{eV\cdot(atom)^{-1}}$ 来表示。多少 $\mathrm{J\cdot(mol)^{-1}}$ 等于 $1\,\mathrm{eV\cdot(atom)^{-1}}$?

B-1 在 0～300°C 的温度范围内，汞的汽化热仅改变百分之 3，平均大约是 $0.61\,\mathrm{eV\cdot(atom)^{-1}}$。在计算 0°C 汞的蒸汽密度时，如用 300°C 时汞的汽化热来代替正确的 0°C 时的值，会产生多大的误差?

注意：大指数上的一个小的百分误差，也能有大的影响。

B-2 有两个温度分别为 2000 K 和 4000 K 的黑体源，求辐射波长为 0.31 μ 的相对光强。

C-1 a) 在半对数坐标纸上，画出汞的蒸汽密度相对于 $\frac{1}{T}$ 的曲线(可利用化学和物理手册中的数据)，从这个图推出汞的汽化热。查表检验你的结果。

b) 对水重复以上的要求。

注意：化学家使用的一个能量单位叫做 kcal。1 kcal = 4186 J。

C-2 黑体辐射的分布律是：

$$I(\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{\hbar\omega^3\mathrm{d}\omega}{\pi^2c^2(e^{\hbar\omega/kT}-1)}$$

将变量从 ω 换成 $x=\hbar\omega/kT$，证明：

a) 对所有频率积分的总辐射强度与绝对温度的四次方成正比。

b) $I(\omega)$具有最大值的频率 ω_m 是与绝对温度成正比的。

C-3 考虑一个具有下面四个能级的量子振子(例如一个原子)

(i) E; (ii) $E+\Delta E-\varepsilon$; (iii) $E+\Delta E$; (iv) $E+\Delta E+\varepsilon$。

为了简便起见，可以考虑忽略 ε，就是说该振子有一个能级 E 和 3 个能级 $E+\Delta E$。

a) 如果你有 N_0 个这样的振子，系统在温度为 T 时的比热 C_v 是多大？

b) 当 $T\to\infty$ 时，C_v 是多少？给出物理的解释。

第三十一章 迁移现象 分子运动论的应用

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十三章。

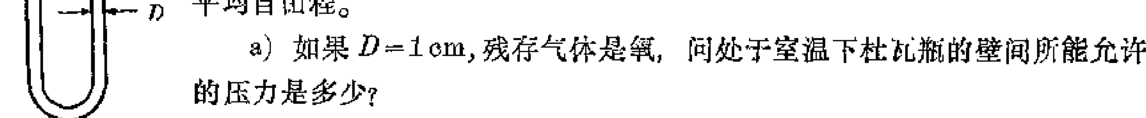
A-1 什么分子物理量的迁移产生

a) 热传导；b) 粘滞性？

A-2 氢气内慢中子的碰撞截面约为 $20\times10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$，处于标准状态下氢气内的这种中子的平均自由程是多大？

B-1 氧分子的“直径”约为 3 Å，估计处于标准状态下氧气的平均自由程和平均碰撞时间。

B-2 一杜瓦(Dewar)瓶(如保温瓶)是用于绝热的容器，容器的双壁间抽空。杜瓦瓶的良好绝热条件是 $l\geqslant10D$，D 是双壁间距(见图 1·31·1)，l 是壁间残存气体的平均自由程。



a) 如果 $D=1\,\mathrm{cm}$，残存气体是氧，问处于室温下杜瓦瓶的壁间所能允许的压力是多少？

b) 对于压力分别为 $p_1=400\,\mathrm{mmHg}(0.526\,\mathrm{atm})$ 和 $p_2=200\,\mathrm{mmHg}(0.263\,\mathrm{atm})$时，杜瓦瓶壁间气体的热传导率之比是多少？($D=1\,\mathrm{cm}$；氧。)

图 1·31·1

B-3 处于一定温度 T_0 的两种气体 A 和 B，密度分别为 ρ_A 和 ρ_B。观察一个个别离子，在气体 A 中的迁移率为 μ_a，在气体 B 中的迁移率为 μ_b。处于温度为 T_0，密度为 $\rho_A+\rho_B$ 的混合气体中，你预期这离子的迁移率是多大？

B-4 若在物质中存在温度梯度，就导致一个正比于温度梯度的能量流(忽略对流)。比例系数相当于单位温度梯度时通过单位面积的能流，称为热导率 K。因此 $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=KA\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$。试证明，在无对流的情况下，气体的热导率为

$$K=kn_0vl/(\gamma-1)=kv/(\gamma-1)\sigma$$

提示：将热传导解释为穿过某一平面，并且是来自面的两侧的一个平均自由程内的内(热)能 U 的输运。

B-5 若在流体中存在速度梯度，即在垂直于流动方向上有流速的变化，这就形成一种

阻力，称为粘滞性。在气体中，这是由于穿过某一平面，来自面内侧约一个平均自由程内的动量的输运。设流速是沿 x 轴，并在 y 轴方向存在 v_x 的梯度，于是垂直于 y 轴的面上单位面积内的阻力为

$$F/A=\eta\, \mathrm{d}v_x/\mathrm{d}y.$$

试证明：对于气体，粘滞系数 η 近似地为

$$\eta=n_0 vml=vm/\sigma$$

B-6 注意气体的热传导和粘滞性都和压强无关。对间距为 $D(l\gg D)$ 温度分别为 T 与 $T+\Delta T$ 的两个面间的能量传递，给出有适当修正的公式。用同样的做法表达运动速率分别为 U 与 $U+\Delta U$ 的两面间的动量传递。

C-1 某容器内包含 10^{24} 个分子的气体，其平均自由程为 l。设想一个程长 L 在容器中任何一个分子在次一个碰撞前不会走得比 L 更远，这个程长 L 近似有多大？

C-2 图 1·31·2 中示出，近乎纯硅的电阻率是一个温度的函数。试对 300°C 以上和以下该物质中的电流特性作一定量推论。

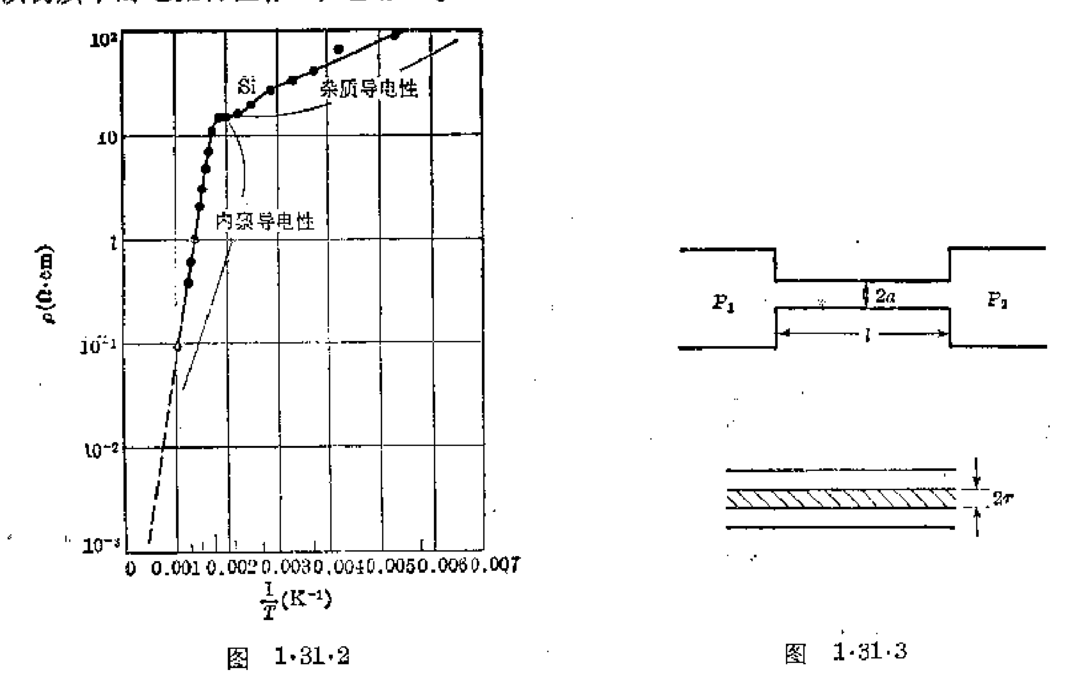


图 1·31·2　　　　图 1·31·3

C-3 在"片"流中，液体的粘滞性就决定了两个容器间的管道中液体能够传输的速率，两容器的压强不同 $(p_1>p_2)$。图 1·31·3 中，液体流经一个半径为 a、长为 l 的圆柱形管道 ($l\gg\lambda$ = 平均自由程)，液体的粘滞系数是 η。试证明在稳定流动情况下，每秒内由容器 1 流入容器 2 的液体体积为

$$\dot{V}=\frac{\pi a^4}{8\eta}\,\frac{P_1-P_2}{l}$$

提示：作用在液体线元上的合力为零，由此导出 $v=v(r)$。

C-4 图 1·31·4 中示出一单隙火花室，两铝板之间的间距为 d。一带电的宇宙射线粒子在它行程上电离氖气分子。在时间 t 以后，两板间作用一高压脉冲，观察到沿粒子径迹的火花。为了排除由于以前来到的宇宙射线而存在于室中的闲杂的电子与离子，在板间加一直流电压 V_D。这个"清扫"电压同样地也扫掉上述径迹上的电子和离子。

a）在脉冲发生时多大的电压 V_D 能全部清除掉空间中的 i) 电子，ii) 氖离子？

b）一间距 $d=0.63$ cm 的火花室，对于 80 V 的作用电压 V_D，当 $t=0.4\times10^{-6}$ s 时，就已观察不到火花径迹。对于火花的形成电子是必要的吗？（验证你的答案。）

注：氖分子的几何截面 $\approx4\times10^{-16}\text{cm}^2$，氖的密度 $\approx3\times10^{19}$ 分子·cm^{-3}，$m_ec^2\approx5\times10^5$ eV，$m_{Ne}c^2\approx2\times10^{10}$ eV，在室温时 $kT\approx\frac{1}{40}$ eV。

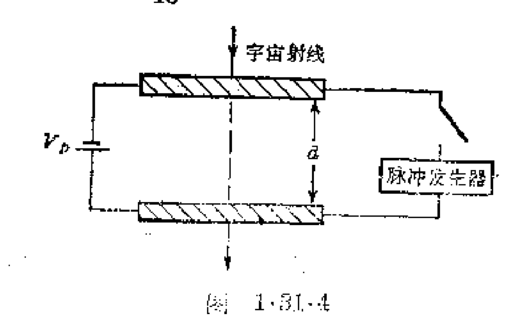


图 1·31·4

第三十二章　热　力　学

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十四章。

A-1　一个理想的可逆卡诺热机反向运转，可作致冷机用。若在 250K 下吸热，在 350 K 下向外放出，从冰箱中每移去 1 焦耳的热量，向外放出多少焦耳？

A-2　若致冷机保持在 -3°C，而外界气温为 27°C，从致冷机内移去 1 焦耳的热量，至少须作多少功？

A-3　两个作卡诺循环的可逆热机，运转在相同的最小与最大体积、最大与最小压力、最高与最低温度之间。一个热机用氦为工作物质，另一个用空气。哪个热机在一个循环中付出更多的功？

A-4　在现代蒸汽热电厂中采用过热蒸汽，蒸汽发生器中的温度为 600°C。用于冷却冷凝器进入的河水为 20°C。这样的热电厂最高的效率能有多大？

B-1　一个绝热的容器，带有一个可移动的、无摩擦的活塞，质量为 M　面积为 A（见图 1·32·1）。体积 V_1 中含有 N g 的氦气，外界的压力为 P。

气体由内部加热线圈缓慢地加热，使气体体积膨胀到 $2V_1$。试求：

a）气体的初始温度 T_i 与终了温度 T_f 是多少？

b）气体做的功 W；

c）气体内能的变化 ΔU；

d）供给气体的热量 ΔQ。

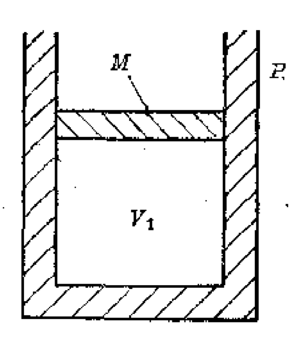


图 1·32·1

B-2　具有系数 γ 的理想气体，初始状态为 $P_0=1$ atm，$V_0=1$ l，$T_0=300$ K。然后：1．等容加热到 $P=2$atm；2．等压膨胀到 $V=2$ l；3．等容冷却到 $P=1$ atm；4．等压压缩到 $V=1$ l。

a）画出该过程的 P-V 图。

b) 每次循环作功多少？

c) 气体的最高温度达到多高？

d) 在步骤 1 与 2 中总共吸入多少热量？

e) 在步骤 1 与 2 中熵的总共改变是多少？

B-3 一个以 $\gamma=4/3$ 的理想气体为工作物质的理想热机运转在如图 1.32.2 所示的循环($A\to B\to C\to D$)中。在 A 点, $P=1\text{atm}$, $V=22.4\text{l}$, $T=300\text{K}$。在 C 点, $P=2\text{atm}$, $V=33.6\text{l}$, $T=900\text{K}$。

a) 每次循环作多少功？ b) 在 B 点的温度多高？

c) $A\to B$ 需吸热多少？ d) $B\to C$ 需吸热多少？

e) 若热机仅工作于 900°C 与 300°C 的两个热源之间，用给定的循环运转，热机能具有的最大效率是多少？

f) 对于任何热机，工作在这两个温度之间，能够达到的最大效率是多少？

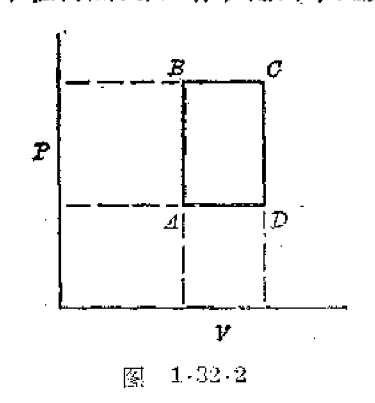


图 1.32.2

图 1.32.3

B-4 具有 $\gamma=4/3$ 的理想气体试样，相继通过两条路线(图 1.32.3)，ABC 与 ADC，从状态 A(压力为 1 atm，体积为 22.4 l，温度为 300 K)转变到状态 C(压力为 2 atm，体积为 33.6 l，温度为 900 K)。

a) 证明通过这两条路线熵的变化是相同的。

b) 计算这个变化。

B-5 一个理想的可逆热机以 28 g 的氮为工作物质($\gamma=7/5$)，采用一种不带阀门的循环运转 $abcd$，热源温度为 400 K，冷源为 300 K。在点 a 的初始体积是 6.0 l，在点 c 的体积是 18.0 l。

a) 气缸应当在多大体积 V_b 下由吸热(等温膨胀)转变到绝热，并且开始作绝热膨胀(从 V_b 到 V_c)？应在多大的 V_d 下开始绝热压缩？

b) 在循环的 $V_a\to V_b$ 过程中吸入多少热量？

c) 在 $V_c\to V_d$ 过程中放出多少热量？

d) 热机的效率是多少？

e) $a\to b$ 的过程中每克工作物质中所发生的熵的变化有多大？$c\to d$ 又如何？

提示：你应该发现，在有关理想气体的卡诺循环中，膨胀比 V_b/V_a 与 V_c/V_d 是相等的。

B-6 容器中 1 mol 的气体初始处于温度 127°C。在绝热条件下它突然膨胀到初始体积的两倍。然后在保持恒温下，缓慢地压缩到它原来的体积。发现最终温度是 −3°C，该气体的 γ 值是多少？如果有熵的变化，又是多少？

B–7 具有系数 γ 的气体最初在气缸中的体积为 V_0，温度为 T_0，压力为 P_0，缓慢地、并且是绝热地压缩到 $V_0/2$。在该体积下，让气体达到平衡温度(T_0)以后，又让它缓慢、并且等温地膨胀到原始体积 V_0。试求活塞对气体所做的净功，用 P_0、V_0、T_0 来表示。

B–8 试将在 P–V 图上 T_1 与 T_2 和(P_a, V_a)、(P_c, V_c)间的理想卡诺循环 $abcd$ 转译成有相应点 $ABCD$ 的温-熵图。

B–9 地球上的人登到月球上，首先有一个大问题是保持他们的起居室处在一个舒适的温度。试考虑用卡诺热机来作气候调节。设月球的昼间温度为 100℃，而夜间为 −100℃，起居室温度要保持在 20℃。通过起居室墙壁导热的速率为每 1 度温差 0.5 kW，试求昼间与夜间所须供给卡诺热机的功率。

B–10 热容量恒定的两个"等同"的物体，初始温度分别为 T_1 与 T_2，用来作为运转于无限小可逆循环的卡诺热机的两热源。若两物体处在恒压下并不发生相变(见图 1·32·4)。

a) 证明热机停止工作后的终态温度为 $T_f=\sqrt{T_1T_2}$。

b) 求热机所作的总功。

提示：记住 ΔQ 与 ΔT 是有关系的，同时考虑在一个可逆循环中对于熵发生什么情况。

B–11 一个不细心的实验者使氮气瓶的阀门轻微漏气。最初压强为 200 atm 的气体，在 20℃ 下等温地缓慢逸出。每千克气体的熵发生了什么变化？

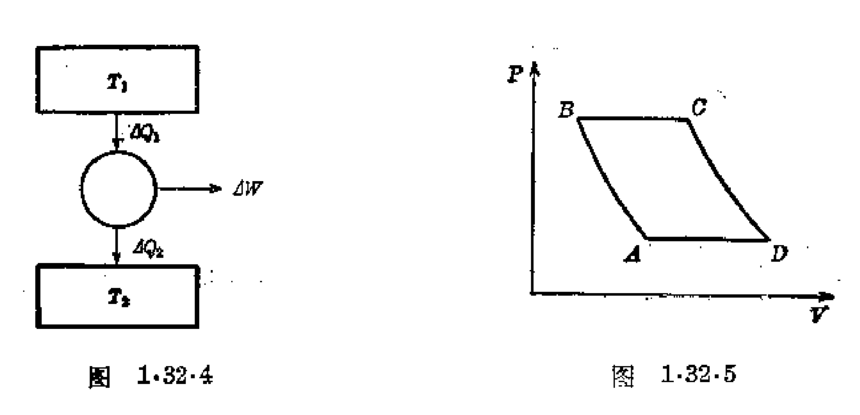


图 1·32·4　　　　图 1·32·5

C–1 理想的气涡轮机的循环包括从 A 到 B 的绝热压缩，从 B 到 C 的恒压下的吸热，从 C 到 D 的绝热膨胀，从 D 到 A 恒压下的放热，所有过程都是可逆的(图 1·32·5)。设热机中的工作物质为理想气体，其定压与定容比热之比为 γ，且单位时间有 N mol 气体通过热机。还假设气体的最高温度 T_C 固定为热机的高温部件所能承受的最高温度，而最低温度 T_A 固定为环境的空气温度。

a) 求热机产生的功率，用压力比 $p=\frac{p_B}{p_A}$ 的函数来表示。

b) 在多大的压力比下功率最大？

c) 最大的功率是多少？

d) 最大功率时的效率多高？

e) 若热机产生 1 MW 的功率，且最高温度为 $T_C=1200\,\mathrm{K}$，则在大气条件($P_A=1.013\times10^5\,\mathrm{N\cdot m^{-2}}$，$T_A=300\,\mathrm{K}$)下的空气($\gamma=7/5$)在该热机中体积流动速率多大？

f) 在 e) 中热机的效率多高？

g) 在 e) 中热机的压力比多大？

第三十三章 热力学实例

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十五与第四十六章。

A-1 在黑体腔中的总辐射强度如何依赖于温度？

A-2 对于分子气体，在密闭容器中分子数目是与温度无关的。对于"光子气"也是这样吗？解释之。

A-3 计算"光子气"的定容比热 C_v。

A-4 10 A 的直流电流经一个 10 Ω 的电阻，电阻保持在 10°C 的恒温。

a）该电阻熵的变化率（$cal\cdot K^{-1}\cdot s^{-1}$）是多大？

b）对宇宙熵的变化作出多大贡献？

B-1 试证明，对于内能仅与温度有关的理想气体，定压与定容摩尔热容量之差等于气体常数 R：$C_p-C_v=R$。

B-2 水的汽化潜热约为 $2.44\times10^6\,J\cdot kg^{-1}$。蒸汽密度在 100°C 时是 $0.598\,kg\cdot m^{-3}$。利用克劳修斯-克拉贝龙（Clausius-Clapeyron）方程，计算在海平面附近沸腾温度随高度的变化率（$°C\cdot km^{-1}$）。设气温为 300 K。

B-3 湖水表层的初始温度为 0°C。冷风吹来，使得湖面温度 ΔT 保持在 0°C 以下。求冰层厚度的增长率，假定已结成冰的温度降低时放出的热量远小于结成新冰所放出的热量，同时还假定在冰中温度的改变与深度成线性关系。用你的结果，计算开始结冰后一小时冰层的厚度，设 $\Delta T=10°C$。（冰的导热率：$K=2.0\,J\cdot s^{-1}\cdot m^{-1}\cdot °C^{-1}$，结冰潜热：$L=3.3\times10^5\,J\cdot kg^{-1}$。）

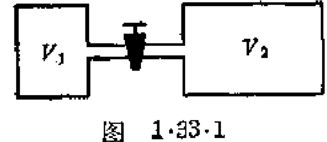


图 1·33·1

B-4 两体积中的气体被一个旋塞隔开，且 $V_2=2V_1$。在 $t=0$ 时开通旋塞（见图 1·33·1）。经过很长时间后，试求（a）气体，（b）环境，（c）宇宙的熵的变化，并分别考虑如下两种情况：

1. V_1 含 1 mol 的氦，V_2 含 2 mol 的氩；

2. V_1 含 1 mol 的氦，V_2 亦含 2 mol 的氦。

B-5 当辐射场（光子气）是

a）等温膨胀；b）等容加热时，

试计算熵的变化，并用你的结果求光子气的 $S(V,T)$。

B-6 日光垂直地射在赤道非洲的一个黑色铺砌的广场上。若该广场表面犹如一个黑体在辐射，它能达到的最高温度是多少？（太阳常数*：$1395\,W\cdot m^{-2}$）。

B-7 太阳的辐射近似于一个 5700 K 的黑体。若有一个理想的黑色铜球在离太阳一个天文单位的距离处受到日光的辐照，它将达到多高的平衡温度？（太阳直径对地球张角为 0.50°。）

B-8 体积为 V_0 的等温空腔中的黑体辐射在恒温下被压缩到 $V_0/2$，辐射压力改变成原来的几倍？

B-9 一个半径为 R，且热容量可忽略的薄球壳，内表面是黑的，外表面对黑体辐射吸

* 太阳常数=地球大气外在日地平均距离处每单位面积上接收到总辐射通量。（参照 C. W. 艾伦编：《物理量和天体物理量》，1973，中译本，上海人民出版社。）——译者注

收系数为A。这个球壳漂浮在真空中，$t=0$时含有温度为T_0的"光子气"。求$t\geqslant0$时的温度T。

B-10 a）有一个半径为R的黑色薄球壳，内含有一种温度为T_0的单原子理想气体。若球绝热压缩到半径为$R/2$ 对一个很遥远的观察者，辐射强度改变了一个多大的因子F？忽略气体在压缩时引力的改变。

b）如果在问题a)中包括引力的效应，这时F要大些还是小些？为什么？

B-11 考虑一个半径为R、薄的、黑球壳(热容量可忽略)，包含温度在T_0的黑体辐射。若球绝热压缩到半径为$R/2$，对一个很遥远的观察者，辐射强度改变了一个多大的因子F？

B-12 一个涂黑的实心铜圆柱体，长2.0 cm，底面积为10.0 cm^2，用一根热绝缘的细丝，悬挂在一个抽空的球形空腔中心，球形腔的半径为25.0 cm，腔壁涂黑。腔壁的温度保持在27°C恒温。

a）若铜圆柱与空腔处于热平衡状态，它以多大的速率向腔壁辐射能量？答案的单位用$\mathrm{J\cdot s^{-1}}$。

b）若圆柱加热到150°C，然后又让它冷却，当它通过127°C时，温度下降的速率多大(假定在任何时刻铜柱体的各个部分处在相同的温度)？$\rho_{cu}=8950\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，$C_p(C_u)=390\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1}}$。

B-13 太阳中心的密度约为$80\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，中心温度约为$13\times10^6\,\mathrm{K}$。物质几乎全由质子与电子组成。求在太阳中心的气体压力与辐射压力。

C-1 在0°C时，饱和水蒸汽的比容为$206\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}}$。在该温度下用$\mathrm{J\cdot kg^{-1}}$表示的汽化潜热是多少？(从数据表上确定$\mathrm{d}P/\mathrm{d}T$，再算出$L$，并与表上的数值作比较。)

C-2 a）采用热力学的论证来说明，若物质在凝固时膨胀，则凝固温度必随压力增加而下降。

b）要使溜冰成为可能，估算一下溜冰场上的冰的最低温度。

C-3 若某一物体对入射到表面上的所有辐射的吸收率均为A，相应反射率为$1-A$ 试证明，在温度T时，该物体单位面积上发射的功率为$A\sigma T^4$。

C-4 半径为r的黑体，处于温度T，被两面皆黑的，半径为R的薄壳所包围。试问，该辐射屏蔽罩通过何种因素降低里面物体的冷却速率。(设薄壳与黑体之间是抽空的，因而无热传导损失。)

C-5 一个黑球壳位于行星际的空间中的某一位置，达到平衡温度T_0。若同一球壳是镀铜的，那么，它可达到的新的平衡温度将高于、低于或等于T_0？作为波长函数的铜的反射率有如下一些典型数据：

$\lambda(\mu\mathrm{m})$	0.205	0.385	0.450	0.550	0.600	0.700	1.00	3.0	9.0
$R(\lambda)$	0.25	0.29	0.37	0.48	0.72	0.83	0.90	0.97	0.98

$$R(\lambda)=\frac{I_{反射}}{I_{入射}}$$

把太阳看成是一个5700 K的黑体辐射体。请参考题C-3。

第三十四章 波动方程 声波

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十七章。

A-1　某种液体的压缩弹性由体积弹性模量 M 来度量，M 由下式来定义：

$$dP=-M\frac{dV}{V}$$

dV/V 是由外压力的变化 dP 引起的体积变化率。通过量纲分析，确定声波在液体中传播的速率与 M 之间的函数关系。

A-2　两根质量很小的完全等同的绳子自某一悬点下垂，分别受到 1 kg 与 2 kg 重物的拉伸，试求沿这两根绳子传播的横波速度比。

A-3　试求在相同温度下，声速在氦气与氢气中的比值。

A-4　在两根长度相同的气笛中分别吹入 (a) 液态空气温度 (−180°C) 下的冷空气与 (b) 热空气。一根气笛给出的音调恰比另一根高八度（倍频）。吹入气笛 (b) 的空气温度多高？

B-1　试证明 $u=Ae^{i(\omega t-kx)}$ 满足波动方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=(1/v^2)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

其中 ω 与 k 满足关系式 $\omega=vk$。

B-2　一根均匀的、密度为 σ kg·m^{-1} 的、完全柔软的弦，被拉紧的张力为 T。试推导支配横向位移 y 的波动方程，并导出扰动沿弦的传播速率。设在任何时刻对弦上的每一点均有 $\partial y/\partial x\ll 1$，并只考虑在一个平面内的振动。请注意弦上张力沿横向的分量很接近于 $T\,\partial y/\partial x$。

B-3　一种简陋的乐器是这样构成的：一根质量可忽略的弦线以张力 T 绷在两点之间，在与一端相距 x 处，弦上紧系着一个质量为 M 的物体，使该物体离开平衡位置有一微小位移 $A\,(A\ll x,\ A\ll l-x)$，释放后发生振动（图 1·34·1）。

a）求发声的频率；

b）写出物体 M 离开平衡位置的位移所满足的方程，表示成时间的函数；

c）若 x 是可变的，求能够达到的最高与最低频率。忽略重力的影响。

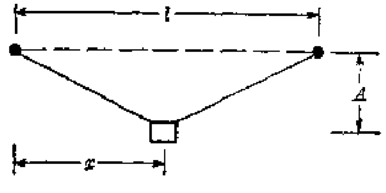


图 1·34·1

B-4　一声波通过密度为 ρ_0、压力为 p_0 的气体。气体分子的位移由方程 $\xi=\xi_m\cos(\omega t-kx)$ 来表达。

a）写出气压的方程，表示成 x 与 t 的函数。

b）求在截面积为 A（在 YZ 面）、长为 λ（沿 X 轴）的体积内声波引起的气体运动的动能。

B-5　一张轻而柔软的隔膜位于风琴管的一个节上，在风琴管中声强级是 120 db、频率为 100 Hz。管中的空气处于常温（0°C）常压（1 atm）。

a）求膜振动的振幅（用 cm 表示）；b）求气体温度变化的幅度。

C-1　倘若一个人吸进氦气来说话，发声就会不正常而且音调偏高。倘若全部用氦气来代替空气充满你的共鸣腔（“你的脑袋的空部”），那末，每一个共振频率大约要增高多大一个因子？倘若你要唱出一个音调，那末，氦气对你所要唱的音调会产生什么影响？试作分析。

C-2　用你的两只手的手指甲夹住一根长约 5 cm 橡皮带的两端，使之振动发声以观测其音调；然后，在不改变两夹点之间皮带质量的情况下，将其拉伸到原长的 2 倍、3 倍、4 倍、5

倍，并继续使之发声。试分析观测到的结果。倘若你将小提琴的弦增长，为什么不会发生同样的现象？

C-3　试考虑一频率为1000 Hz的稳定的平面声波，其中的压力峰值以 $\pm1\,\text{dyn}\cdot\text{cm}^{-2}$（$\pm10^{-5}\,\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$）偏离 $1\times10^{6}\,\text{dyn}\cdot\text{cm}^{-2}$（$10\,\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$）的通常大气压，

a) 伴随这样的声波，有多大的密度变化？

b) 质点的最大位移 x_m 是多少？

c) 声强多大？

（声速取 $340\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$）。

第三十五章　线性波：拍、模式

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第四十八与四十九章。

A-1　如果波动方程写成如下的形式：

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

那末如何用 C 来表达相速 v_{ph} 与群速 v_g？

A-2　若在介质中相速与群速有差别，我们称之为色散。下列三种情况中有没有色散现象？

i) 空气中的可闻声波；

ii) 拉紧的铜线中的波；

iii) 水波。

A-3　忽略表面张力与有限深度的效应，波长为 λ 的水波的相速为

$$v_{ph}=\sqrt{g\lambda/2\pi}$$

试证明此时群速是相速的一半。并算出波长为1000 m的波的相速与群速。

A-4　六个质量 m 相等的滑块，用相同的弹簧联结起来，限制在一个直线气槽内运动（见图1·35·1）。有多少个独立的振动模式？

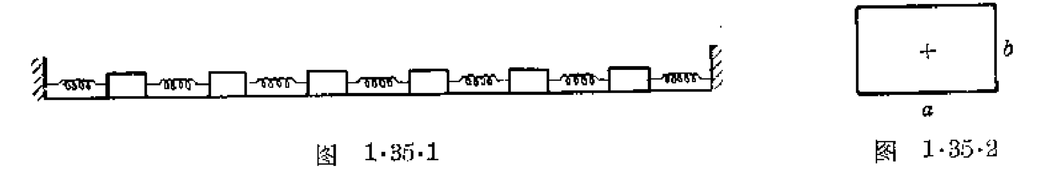


图　1·35·1

图　1·35·2

A-5　如图1·35·2所示的一个长方形的板块，四边都被夹住。试写出描述该板块的振动模式的波动方程解 $u=u(x, y, t)$。

B-1　长为 L、两端固定的一根理想的、均匀拉伸的弦线，在其中点沿线长垂直方向拉出一个距离 A 然后又释放。试运用沿相反方向运行的两无限长波列的概念，推断释放后会发生什么过程？画出在运动的半周期内，弦线在不同时刻的一些有代表性的图象。

B-2　若计及表面张力，在密度为 ρ 和表面张力为 T 的液体上的表面波的相速是

$$v_{ph}=\left(\frac{2\pi T}{\lambda\rho}+\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2}$$

这里认为液体的深度是足够大的。试求这样一种波的群速。

B-3 求波长为 1.0 cm 的皱波在以下两种情况下的相速：

a) 在水中[表面张力为 70 dyn·cm^{-1}(7×10^{-4} N·cm^{-1})]；

b) 在酒精中[表面张力为 26 dyn·cm^{-1}(2.6×10^{-4} N·cm^{-1})]。

B-4 求以最小速率行进的水的皱波的波长、频率和波速。

B-5 两个声源 S_1 和 S_2 相隔 10 m，在同一直线上的两点 A 与 B(见图 1·35·3)代表两个观测者。S_1 发射一个稳定的平面波，其超额压力由 $P_e = A\cos(200\,t)$ 来表达，而对于 S_2 发射的稳定平面波，$P_e = A\sin(210\,t)$，$\overline{S_1S_2}=\overline{S_2A}=\overline{AB}=10$ m。

图 1·35·3

a) 求每个观测者听到的拍频。

b) A 和 B 分别听到的最大脉动时间间隔各为多长？

在以上两个问题中声速取 340m·s^{-1}

c) 在介质中有色散现象，高频声速取 341 m·s^{-1}，低频取 340 m·s^{-1}，那末，由这种声波形成的拍从 A 传到 B 的速率是多少？

B-6 在笔直的铁道上，由柴油机车牵引的一长列货车以 5.0 m·s^{-1} 速度向山上行驶。当它接近一个在峭壁处的隧道口时，司机给出一阵长而稳的号音，音响的主频为 340 Hz。司机和靠近尾车而站在地面上的人听到号音及来自峭壁的回声，各自听到的拍频分别是多少？

B-7 有一函数

$$f(x,\ y,\ z,\ t)=Ae^{i\omega t}\sin\,(l\pi x)/a\,\sin\,(m\pi y)/b\,\sin\,(n\pi z/c)$$

其中

$$\omega^2=v^2\pi^2(l^2/a^2+m^2/b^2+n^2/c^2)$$

而且 $l,\ m,\ n$ 均为$\geqslant1$的整数。试证明

a) 函数 f 满足三维波动方程(波速为 v)。

b) 在 $x=0$ 和 $x=a$，$y=0$ 和 $y=b$，$z=0$ 和 $z=c$ 处，f 等于零。

c) f 随时间作正弦振动。

d) 若 $a:b:c=1:2:3$，试算出十个低级的频率，并用最低频率 ω_0 来表达。按频率增长的次序列表，并在竖直标度上粗略地画出。

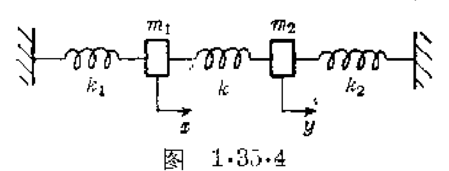


图 1·35·4

B-8 在一条直的气轨(忽略摩擦)上，有两个质量为 m_1 与 m_2 的滑块，用倔强系数为 k_1 与 k_2 的两根弹簧分别系于相对的两壁上，滑块又用倔强系数为 k 的弹簧互相连接起来(见图 1·35·4)，试写出两滑块的运动方程组。令

$$k_1/m_1=k_2/m_2=\omega_0^2$$

将 $x=Ae^{i\omega t}$ 与 $y=Be^{i\omega t}$ 代入上述方程组，并求出两种正则振动模式的频率与振幅。

B-9 摆长均为 l 的三个摆，作如图 1·35·5 所示的对称安排。质量为 $2m$ 的中心摆锤通过倔强系数为 k 的两根弹簧与两侧的质量各为m的摆锤相联。当它们振动在三种正则模式中的每一种时，频率与摆锤的相对位移是多少？只考虑在图的平面内的振动。(注意：在此题中，一点物理上的概念会省去大量的代数上的运算。)

B-10 转动惯量为 I 的两个等同圆柱，通过扭转常数为 K 的两根等同的金属线挂起来(见图 1·35·6)，不允许作任何摆动。有多少振动模式？每种模式的周期如何？

B-11 如图 1·25·7 所示，两个质量为m的相同物体，通过倔强系数为 k 的等同的弹簧

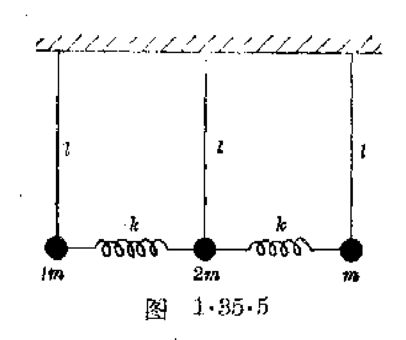
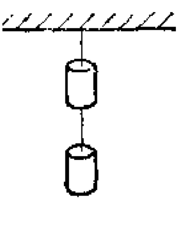


图 1·35·5


图 1·35·6

挂起来。求各正则振动模式的频率，不允许作任何摆动。

B-12 一根长 L、质量为 M 的细棒在无摩擦的桌面上运动。它的质心限制在直线 a-a' 上运动(见图 1·35·8)。两根倔强系数为 k 的弹簧系在棒的端点，弹簧伸缩的方向平行于 a-a'。求在小幅度振动下的基模及它们的频率，并对运动进行描述。

C-1 在拉紧的弦线上的驻波可由方程 $y=A\sin kx\cos\omega t$ 来描述。沿驻波的每个质量元 $\sigma\,dx$ 可以当成围绕 $y=0$ 作振动的无穷小谐振子来处理。试确定在一个波长范围内的驻波的总能量。

C-2 质量为 m 的一个非相对论性的电子，限制在相距 L 的两块平板之间。

a) 试运用测不准关系计算动能的最小可能值。

b) 利用描述这电子的波函数的条件：正弦驻波在边界上具有节点，计算该电子的能量。

c) 电子的平均动量又如何？(注意：要考虑到大小及方向。)

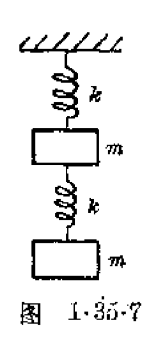


图 1·35·7

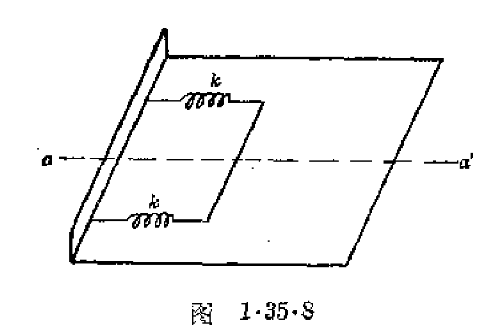


图 1·35·8

第三十六章 波的傅里叶分析

参阅《费曼物理学讲义》第一卷，第五十章。

A-1 给出下列函数的傅里叶(Fourier)展开：

a) $y=$常数

b) $y=\sin x\,(0\leqslant x\leqslant 2\pi)$。

B-1 方波 $f(x)$ 的傅里叶展开为(见图 1·36·1)

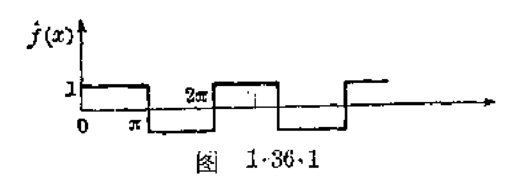


图 1·36·1

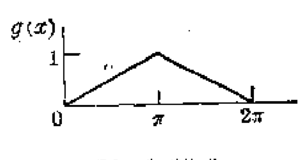


图 1·36·2

$$f(x)=\frac{4}{\pi}\left(\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x+\frac{1}{5}\sin 5x+\cdots\right)$$

由此出发来证明：

a) $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots=\pi/4$。

b) $1+\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=\pi^2/8$。

c) $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\cdots=(4/3)\left(1+\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots\right)=\pi^2/6$。

B-2 a) 试将函数(见图 1·36·2)$g(x)$分解成傅里叶分量，并证明你的结果将与题(B-1)中的函数取积分所得的结果相一致。

b) 利用该结果来证明

1) $1+1/3^4+1/5^4+1/7^4+\cdots=\pi^4/96$

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(1/n^4)=\frac{2^4}{2^4-1}(1+1/3^4+1/5^4+\cdots)=\pi^4/90$

B-3 在费曼物理学讲义的第一卷，第四十五章中需要积分 $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x-1}$ 的值。现在你可以实现这计算，办法是将分子和分母各乘以 e^{-x} 并展开

$$\frac{1}{1-e^{-x}}=(1+e^{-x}+e^{-2x}+\cdots),$$

然后逐项求积分，因而应有

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x-1}=\int_0^\infty u^3 e^{-u}du(1+1/2^4+1/3^4+\cdots)=6\times\pi^4/90=\pi^4/15。$$

请试作这计算。

B-4 一根琴弦，从其长度中心提拉起来(图 1·36·3)。试计算相对于基波的头三个谐波的振幅。

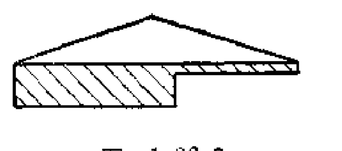


图 1·36·3

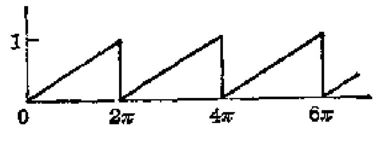


图 1·36·4

B-5 试求示波器水平扫描电路中用的锯齿波函数的傅里叶级数(见图 1·36·4)。

B-6 一长为 L cm 的弦线具有 $\sigma\,\mathrm{g\cdot cm^{-1}}$ 的质量线密度，承受的张力为 S dyn (10^{-5}N)。在 $t=0$ 时刻，它的形状由下列函数来表达：

$$y(x)=3\sin\frac{\pi x}{L}+1\sin\frac{3\pi x}{L}\ (\text{单位：cm})$$

a) 试求振荡的周期 T。

b) 在半周期($t=T/2$)时，弦的形状如何？

C-1 全波整流器可将振幅为 V_0 的正弦波转换成如图 1·36·5 所示的波形。

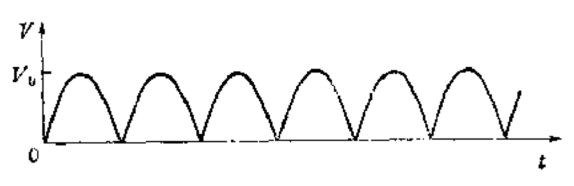


图 1·36·5

a) 试计算 $V(t)$ 的平均值。这将是直流输出电压。

b) 试求输出电压的二次谐波分量的振幅。

C-2 某种变压器输出电压 V_{out} 与输入电压 V_{in} 的关系为

$$V_{out}=V_{in}+\varepsilon(V_{in})^3$$

当输入波为:

a) 单一的正弦波时;

b) 不同频率的两个或更多的正弦波的混合时,

分析三次方项所产生的效果。

第 二 卷

第一章 电 磁 学

1-1 电力和万有引力

a) 若两质子在静止时的引力等于电力，质子的质量该有多大？将这个数值与质子实际质量相比，结果如何？

b) 位于 10m 长的讲桌两端有两个一角的银币(dime)*，若每个银币上的核电荷和电子电荷约有 1% 未相互抵消，它们之间的静电力有多大？你能想象其"重量"与这个力相等的某种物体吗？

1-2 粗略地估算一下，把两个相等的"半铀核"合成一个铀核时，抵抗电力所必须作的功。把两个氘核合成一个氦核又如何？

1-3 在铜中每一个铜原子有一个"传导"电子，当 10A 电流流经一根 10 号(No. 10 gauge)铜线，传导电子的平均速率是多大？v^2/c^2 多大？(注意，"磁"效应与"电"效应之比大约就是 v^2/c^2 这样大小。)

1-4 在空间的某一区域内，有一沿 x 轴正向的均匀电场 $\boldsymbol{E}$，强度为 $10000\text{V}\cdot\text{cm}^{-1}$，同一区域内还存在沿 y 轴正向的均匀磁场 $\boldsymbol{B}$。速度为 $c/3$ 的 μ 介子束在 z 轴正向沿直线通过该区域。

a) 求磁场 $\boldsymbol{B}$ 的大小。(μ 介子的质量为电子质量的 210 倍，电荷的大小与电子的相等。)

b) 由此实验你能判断介子所带电荷的符号吗？

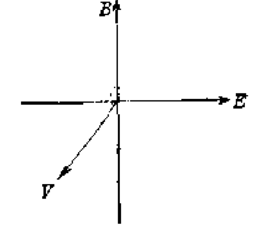


图 2·1·1

1-5 在我们感兴趣的空间区域内，有一均匀磁场：$B_x=0$，$B_y=0$，$B_z=B_0$，并不随时间变化，该区域内也没有电流或电场，一带电为 q，质量为 m 的粒子，由 $x=0$、$y=0$、$z=0$ 处出发，以速度 v 沿 $+x$ 方向运动。试画出粒子的路径，并用 B_0、m、v 和 q 定量地加以描述 ($v/c\ll1$)。

设 $B_x=0$，$B_y=0$，而 $B_z=B_0+ax$，当 ax 恒小于 B_0，但不能完全忽略时，画图定性地表示粒子的行径(参看 Charpak 等，《物理评论通信》，卷 6，128(1961)，在一个重要实验中运用了与此类似的场。)。若如上所假设的场是限制在有限的空间体积内，并还像上面一样假设该体积内没有电流或电场，试证明这种场与麦克斯韦(Maxwell)方程组中的一个方程是不相容的。

1-6 一粒子质量为 m，所带电荷为 $+q$，在 $x=z=0$、$y=a$ 处以低速 $\boldsymbol{v}=v_0\boldsymbol{e}_x$ 运动。这

* "dime"是美国的一角银币，作此题时需要知道它的质量。——译者注

电荷受到位于坐标原点的负电荷$-Q$和沿$+z$方向的均匀磁场的影响。要使运动粒子围绕一固定粒子作半径为a的圆周运动，磁场B_0必须多大？如果磁场大小与此不同，阐明为什么粒子的速率仅是矢径的函数。

设粒子由$x=z=0$、$y=a$处开始运动的初速为零，试用图定性地描绘几圈运动轨道。

第二章　矢量场的微分运算

2-1　一铜导线，半径为a，有一同轴的绝缘外皮，外径为b，导线通以电流，使其温度上升至T_1，而在绝缘层外部温度保持在T_2，T_2接近于室温。

a) 试用a、b、T_1和T_2表达绝缘层内的温度梯度∇T。

b) 若10号铜导线中通以电流20A，绝缘层为0.2cm的橡胶，它的热导率为$1.6\times 10^{-3}\mathrm{W\cdot cm^{-1}\cdot(^\circ C)^{-1}}$，求温度差$T_1-T_2$。

2-2 用直接的计算证明：

a) $\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})=0$

b) $\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{A})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})-\nabla^2\boldsymbol{A}$

2-3　若$\boldsymbol{R}$为由原点到点(x, y, z)的矢量。证明

a) $\mathrm{div}\boldsymbol{R}=3$

b) $\mathrm{curl}\,\boldsymbol{R}=0$

c) $\nabla\cdot(\boldsymbol{R}/R^3)=0$

d) $\nabla\times(\boldsymbol{R}/R^3)=0$

e) $\nabla(1/R)=-\boldsymbol{R}/R^3$

（c)～e) $R=0$除外）

f) 由b)和方程式(2.46)，知$\boldsymbol{R}$可写成$\boldsymbol{R}=\nabla\varphi$，试求$\varphi$的表达式。

2-4　麦克斯韦方程组为

1) $\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\varepsilon_0$

2) $\nabla\times\boldsymbol{E}=-\partial\boldsymbol{B}/\partial t$

3) $\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$

4) $c^2\nabla\times\boldsymbol{B}=\partial\boldsymbol{E}/\partial t+\boldsymbol{j}/\varepsilon_0$

电荷守恒方程可写成：

5) $\nabla\cdot\boldsymbol{j}=-\partial\rho/\partial t$

a) 证明3)是和2)的散度相协调的。

b) 证明对4)取散度导致5)。(亦即麦克斯韦方程组的正确性要求电荷守恒。)

c) 证明在真空中($\boldsymbol{j}=0$, $\rho=0$)，$\boldsymbol{E}$满足波动方程：

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0$$

提示：取2)的旋度

d) 证明在真空中，$\boldsymbol{B}$满足同样方程：

$$\nabla^2\boldsymbol{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=0$$

e) 证明2)意味着$\boldsymbol{E}$能写成：

$$E=-\nabla\varphi-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

式中 $\boldsymbol{A}$ 由 $\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$ 来定义。为什么 $\boldsymbol{B}$ 能这样表示?

2-5　刚体绕轴转动的速度为一速度场 $\boldsymbol{v}(x, y, z)$。证明

a) $\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0$

b) $\nabla\times\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{\omega}$，式中 $\boldsymbol{\omega}$ 为刚体的角速度。

2-6　由直接计算证明，若 $\boldsymbol{A}$ 为一常矢量，$\boldsymbol{R}$ 为一矢径，则

$$\mathrm{curl}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{R})=2\boldsymbol{A}$$

根据矢量运算知

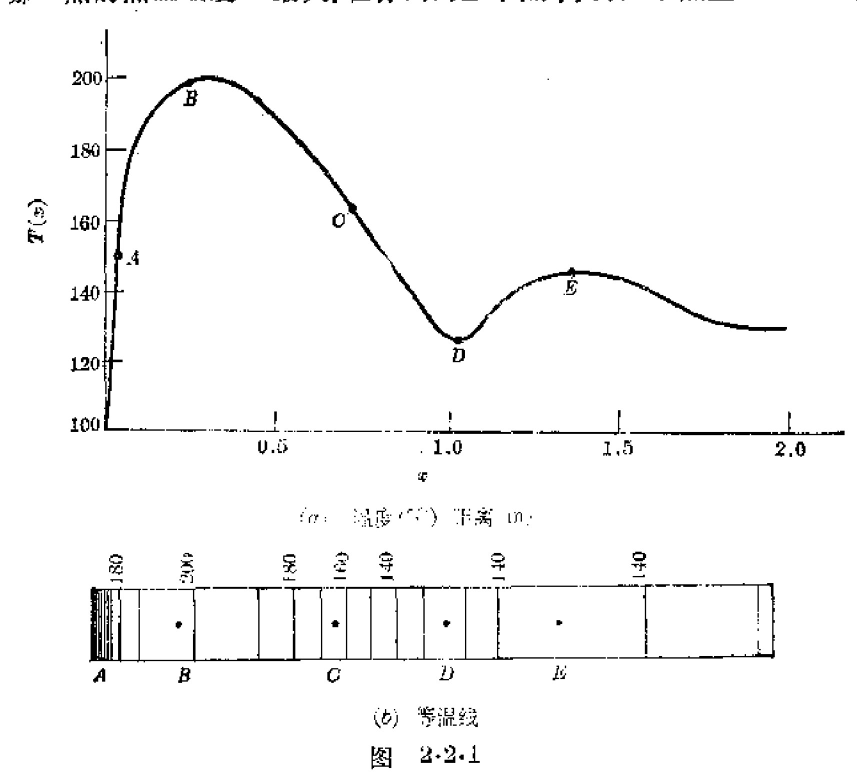
$$\boldsymbol{B}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C})-(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A})\boldsymbol{C}$$

这也许会使我们认为

$$\nabla\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{R})=\boldsymbol{A}(\nabla\cdot\boldsymbol{R})-(\nabla\cdot\boldsymbol{A})\boldsymbol{R}=3\boldsymbol{A}\quad\text{(错误的)}$$

为什么用 ∇ 来代替 $\boldsymbol{B}$ 会给出错误的结果?

2-7　一长钢轴受到特定的热处理，在冷却过程中的某一时刻 t，其温度分布 $T(x)$ 如图 2·2·1(a)所示。假设各处的温度仅取决于以棒端为原点的位置坐标 x，以 10℃ 为间隔的等温线如图 2·2·1(b)所示。试在 A、B 和 C 点画出代表 ∇T 的方向和大小的矢量图。在标出的五个点中哪一点的热流散度 $\boldsymbol{h}$ 最大?在标出的五个点中，哪几个点上 $\nabla\times\boldsymbol{h}=0$?



(a) 温度(℃) 距离 (m)

(b) 等温线

图　2·2·1

第三章　矢量积分运算

3-1　a) 在第一章中已给出麦克斯韦方程组的一种表述形式，在第二章中是它的微分形式。试证明两种形式是等价的。

b) 证明方程

$$\nabla\cdot\boldsymbol{j}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

等价于电荷守恒的表述。方程中 ρ 是单位体积的电荷，$\boldsymbol{j}$ 是电流密度。

3-2 球面涂有一层放射性的物质，该物质放射高能 α 粒子。假设这些粒子只沿径向由球面向外放射。看来，这种带电粒子流构成了电流，试问这电流能否产生磁场？

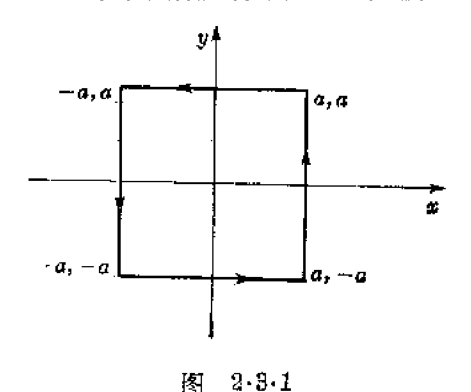


图 2·3·1

3-3 位于坐标原点的点电荷的电场形式为

$$\boldsymbol{E}=\frac{K}{r^3}\boldsymbol{r}$$

式中 $r=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$，$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$，$K$ 是一个常数。

a) 计算通过以原点为中心，以 a 为半径的球面的 $\boldsymbol{E}$ 通量。

b) 试用高斯(Gauss)定理将通过球面的 $\boldsymbol{E}$ 通量和对 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}$ 的体积分联系起来。你能解释所得的结果吗？

c) 计算矢量 $\boldsymbol{E}$ 在 x-y 平面内如图 2·3·1 所示的路程的线积分，并用斯托克斯(Stokes)定理证明所得结果。

3-4 利用第二章习题 3a 的结果，求用面积分来表达相应的闭合面所包围的体积分公式。就一个球面和一个长方体核对你的结果。

第四章 静 电 学

4-1 参看图 2·4·1，有一长度为 $(l_1+l_2)m$、电荷密度为 $\lambda q\cdot m^{-1}$ 的线带电体，求相距为 r 的 p 点处的电势 φ。将你的答案与 $r\gg(l_1+l_2)$ 时预期的电势相比较。在 $r\ll(l_1+l_2)$ 的极限情况下，分别由电势 φ 和高斯定理导出电场 $\boldsymbol{E}$，比较两个结果来检查你的答案。

4-2 薄板半径为 R，均匀带电，求在其轴线上与中心距离为 r 的一点 P 的电场(见图 2·4·2)。

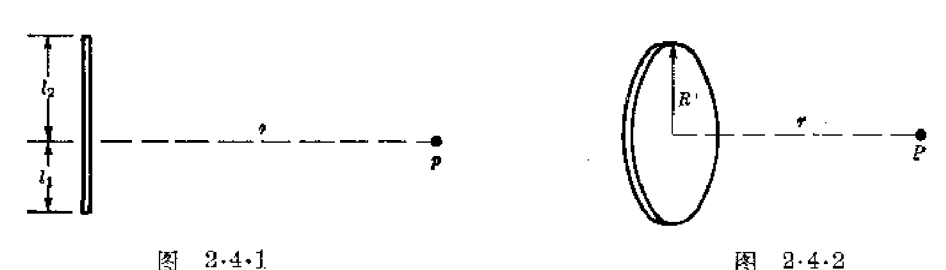


图 2·4·1　　　　图 2·4·2

4-3 两同心金属球，如图 2·4·3 所示，内球带电为 q'，外球带电为 q。

a) 作图表示径向电场与径向距离的函数关系。

b) 作图表示电势(相对于无穷远)与径向距离的函数关系。

c) 求内球表面的电势。

d) 若内球球心与外球球心移开一定距离，试说明在 $r>r_a$ 和 $r_c>r>r_b$ 处，场发生什么变化。

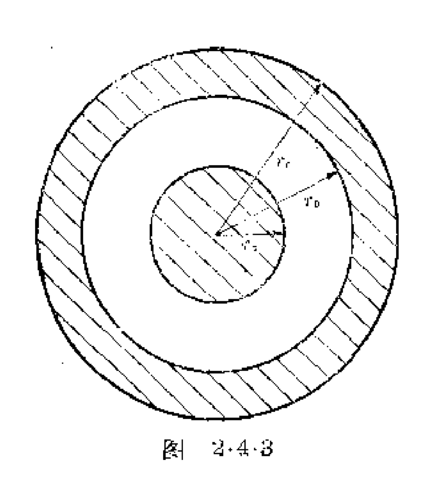


图 2·4·3

第五章 高斯定律的应用

5-1 证明电势具有如下的有趣特性：在一想象的球面上电势的平均值和球心处的电势相等，如果球内没有电荷的话。你能想出一种利用这个性质的实际应用吗？

5-2 有一非常长的圆柱体，均匀带电，求在圆柱体内并远离端部的电场。指出该结果与均匀带电球内电场的差异。

5-3 两块大的金属平行平板，彼此相距为 d，它们的一个末端由一金属带联接(见图 2·5·1)。有一塑料薄片，面电荷密度为 σ，置于两金属板之间，与上板距离为 $1/3d$。令靠近上板和下板的电场分别为 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$，试求 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$。

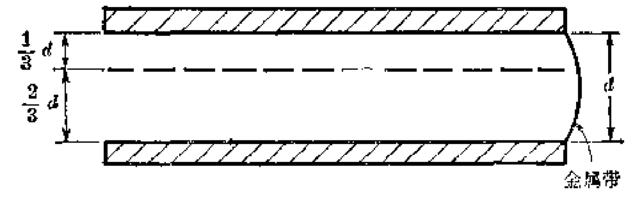


图 2·5·1

5-4 设整个空间电荷密度 ρ 只随坐标 x 而变，试求电场的 x 分量的普遍公式。

5-5 在某一电子管中，由一热金属平面发射电子，并为另一平行于发射极相距为 d 的平面金属板所收集(d 小于板面的线度大小)。两板间某处的电势 $\varphi=Kx^{4/3}$ 来决定，式中 x 是该处到发射极的距离。

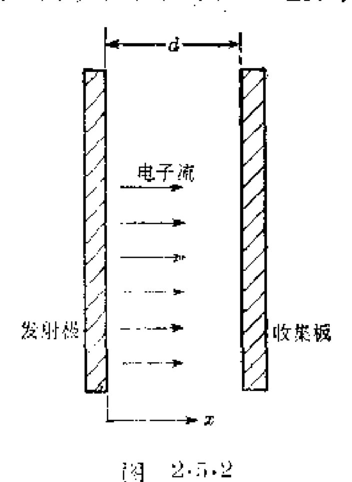


图 2·5·2

a) 发射极上面电荷密度 σ 多大？收集极上又如何？

b) 在 $0<x<d$ 的区域，电荷的体密度 $\rho(x)$ 多大？

5-6 假设导体表面电荷密度为 $\sigma\mathrm{c\cdot m^{-2}}$，$\sigma$ 不一定是常数，证明作用在面积元 $\mathrm{d}A$ 上的电荷的力垂直于表面，且为 $(\sigma^2/2\varepsilon_0)\mathrm{d}A$。(因子 $\frac{1}{2}$ 是对的，试说明之。)

5-7 在真空中导体表面产生场致发射前能够存在的最大电场强度值约为 $10^8\mathrm{V\cdot m^{-1}}$。若产生这个电场的表面电荷为负电荷，试比较单位面积上过剩的电子数和单位面积上的原子数。比较该电场中一个电子所受的力和一个电子离一个质子为 1 标准原子距离时所受的力。

5-8 负 μ 介子带电量与电子相同而质量为电子的 207 倍，当负 μ 介子在物质中停住

时，它为原子核所吸引，且可以取代原子中一个电子，形成一个“介原子”(mesic atom)。由于其质量较大，μ 介子要比电子更靠近原子核，对于重核，在最低能态下，介子甚至会处在核内。μ 介子与核物质不会通过核力而仅能通过电力发生相互作用。并且对于 μ 介子，核可视为均匀带电球。由其他核物理实验得知，核的半径可由式 $R=R_0A^{1/3}$ 来决定，式中 R_0 约等于 1.2×10^{-13} 厘米，A 是质子和中子的总数。

试考虑介原子的一个模型：在这模型中介子沿通过铅核中心的直线来回振动，问振动的固有频率 ω 为何？在第一卷第四十一章中指出，谐振子的相邻量子能态的能量差为 $\hbar\omega$。上述介原子模型的两最低能态的能量差为多少？实验中发现，当铅中形成介原子时会放射 6MeV 的 X 射线，怎样解释这种辐射？

5–9　设想地球密度均匀，并沿其直径打通一条隧道，若有一物体落入该隧道，证明它的振动周期等于卫星绕贴近地面的轨道运动的周期。

5–10　已知地球散热量约为 $8\times10^{20}\mathrm{J\cdot y^{-1}}$(焦耳·年$^{-1}$)，为了解释这事实，在研究较严密的热模型前，先考虑一下显然是过分简化但能给出量级估算的一些模型，那是有用的。作为举例，假设热量完全由均匀分布在地球内的放射性物质所产生，这些物质在衰变中放射出粒子的能量转变为热。

估计地球中心温度约为 2500℃，地球物质的平均热导率约为 $0.03\mathrm{J\cdot cm^{-1}\cdot s^{-1}\cdot(℃)^{-1}}$，上述的模型与这种估算是否一致？

5–11　两个长的同心导体圆筒，彼此绝缘带电，远离末端，内筒净电荷密度为 $+\lambda_1\mathrm{c\cdot m^{-1}}$，外筒净电荷密度为 $+\lambda_2\mathrm{c\cdot m^{-1}}$。内筒内外半径分别为 r_1 和 r_2，而外筒内外半径分别为 r_3 和 r_4。求靠近中部而恰在外筒之外的电场 $\boldsymbol{E}(r)$（边缘效应可以忽略）。求两筒间之电势差。

在下列条件下定性地描述电场和电势的任何改变：

i）r_1 减小；

ii）r_2 加大；

iii）内筒的外截面改成边长为 $2r_2$ 的正方形(假设 $\sqrt{2}\,r_2<r_3$)。

第六章　在各种情况下的电场

6–1　用镜象法求作用在电荷 Q 上的力。Q 与两相互垂直的半无限大导体平面的距离分别为 a 和 b（见图 2·6·1）。

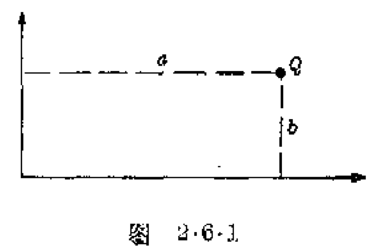


图　2·6·1

6–2　在距一接地的大导体板表面为 x_0 处释放一带有电荷 q 的粒子，粒子为平板所吸引并由静止向平板运动。

a）求粒子的动能，表示为到板距离 x 的函数(略去由于辐射所损失的能量)。在你的答案中，你看到有什么非物理的结果吗？

b）可以把仅在原子间隔的距离的(即约为 1Å(埃))一个真实的金属板想象为一个理想的导体表面。若电子在距导体板 1cm 处由静止开始释放，估计电子到达导体平板的动能。用电子伏特给出答案。

6–3　一矩形绝缘塑料盒，体积为 $1\mathrm{cm}\times10\mathrm{cm}\times100\mathrm{cm}$，充有均匀电荷密度 $\rho\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$。假设有一直线垂直于 $10\ \mathrm{cm}\times100\ \mathrm{cm}$ 的表面且经过盒子中心，试粗略地画出沿这直线的电势

φ，表示为到中心距离 x 的函数，请考虑从 $x=0.001\text{cm}$（即位于盒内）到 $x\gg100$ cm 的范围，采用 $\log(\varphi)-\log x$ 曲线图是合适的。在同一图上请给出电场 $\boldsymbol{E}$ 的大小的曲线。

6-4 地球持续地受到来自太阳系以外的高能宇宙射线的轰击，根据高空气球和人造卫星的测量，宇宙射线几乎全部由质子组成，但也含有百分之几的 α 粒子、较重的核和电子。冲击质子的平均能量为几十亿电子伏，到达地球大气层的强度约为每平方厘米每秒一个质子。

有人也许会想到：由于宇宙射线不断给地球充电而使其电势升高，有朝一日要升高到质子再不能到达地球，那末，这需要多长的时间呢？将这段时间与大约50亿年的地球寿命相比，结果如何？倘若这段时间比地球寿命短，人们要面临一个问题："为什么宇宙射线还是照样来呢？"

6-5 有一内径为 a，外径为 b 的柱形长电容器，试求单位长度上的电容。若在外筒壁结构上含有突出鼓包的缺陷，试定性分析会产生什么结果。

6-6 a）一不带电的绝缘导体球，置于与之相距为 b 的点电荷 $+q$ 之旁，其上分布的感应电荷面密度如何？

b）若球的电势升至 V，点电荷和球之间的作用力多大？

6-7 电荷面密度按 $\sigma(\theta)=A\cos\theta$ 规律变化的带电球体（A 为常数、θ 为极角）之外的电场等效于带有异号均匀体电荷而中心略有偏离的两球体的场的叠加。这在第六章中作了定性的说明，试作定量的证明。并求出上述面带电球外与球内的电场。

6-8 偶极子的电场由《费曼物理学讲义》（第2卷）第六章方程6.14和6.15给出。

a）求点 (r,θ,φ) 处场的径向和切向分量。

b）证明在任一通过偶极子的直线上所有各点的电场方向均相同。

c）在离偶极子任一给定的距离上，与偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 方向成0、$\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{2}$ 角度的诸点的场强 $\boldsymbol{E}$ 的方向和相对强度是多少？

6-9 将一偶极子放到电场中，该电场原始是均匀的且强度为 $\boldsymbol{E}_0$。

a）若偶极矩指向外场，则存在一个包围偶极子的等势面，试证明该等势面是一球面。若该球面的半径为 a，求偶极矩的大小。

b）画出球外电场的草图。

c）若一薄导体壳在相同的电势下和该等势面重合，电场将有何变化？

d）球面上的电荷密度如何分布？

e）该电荷密度的偶极矩为何？

f）你可以怎样利用上面的结果？

6-10 一电偶极矩为 $\boldsymbol{p}$ 的粒子，与均匀带电长导线相距为 r，单位长度导线上所带电荷为 λ，λ 为一常数，偶极矩在导线和粒子所组成的平面内（见图2·6·2）。

a）若 $\boldsymbol{p}$ 垂直于导线，作用在粒子上的力和力矩如何？

b）若 $\boldsymbol{p}$ 平行于导线，作用在粒子上的力和力矩又如何？

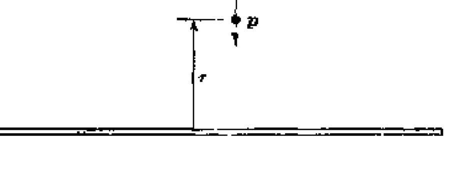


图 2·6·2

6-11 有一很大的偶极子层，单位面积上有 Σ 个偶极子。每个偶极子具有偶极矩 $\boldsymbol{p}$，

并指向层面的法向。试求场的电势，表示成到层面距离的函数。

6-12　电荷 q 均匀分布在一半径为 a 的细圆环上，环位于 y-z 平面内，环心在坐标原点。置另一电荷 $-q$ 于原点(见图 2·6·3)。

a) 求在 x 轴上距原点为 x 的 p 点的电势 φ。

b) 该点的电场强度如何？

c) 当 $x \gg a$，电场如何随 x 改变？试将在远距离处该场的减弱与偶极子的场作比较，你能否解释？

6-13　一平行板电容器的电容为 100 pF，两板间距为 1cm，用电池充电达 10V 电势差，然后与电池断开。用蓝光照射带负电的下极板，使发射电子的动能在 0～1.5 eV 之间，电子被吸向带正电的上极板，两板间的电流用时间函数示于图 2·6·4。经多长时间两板间电势差变为零(图中的时间 t_1)？当时间远大于 t_2 时电势差如何？

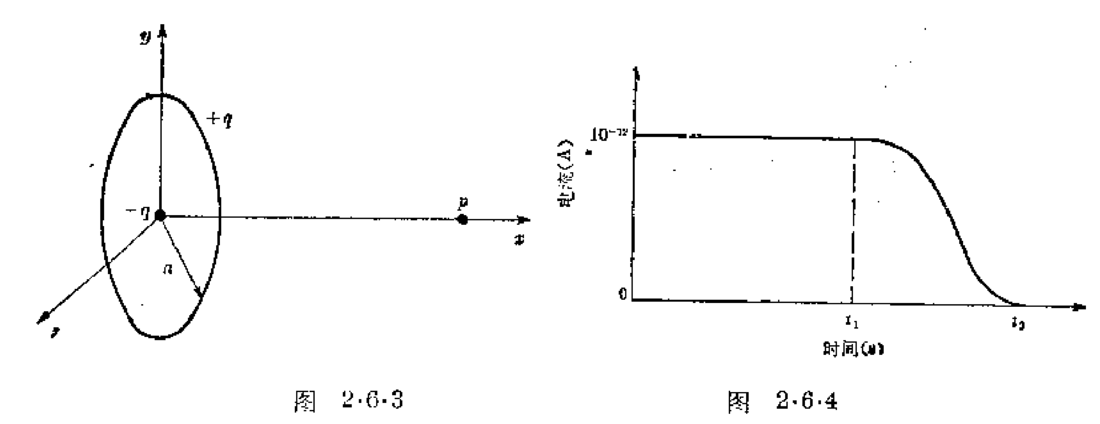


图 2·6·3　　　　图 2·6·4

若在电容器充电之前板间距离加倍，答案有何改变？若电容器充足电以后，移开电池，再将极板间距离加倍，答案又有何改变？

6-14　长度为 1m，半径为 1cm 的绝缘棒，它的轴沿 x 轴放置，它的末端分别在 $x=-0.5$ m 和 $x=+0.5$ m 处。整个体积内各处的电荷密度由式 $\rho=ar^2$ 给出，式中 r 是到棒的轴线的距离，a 为一正常数且等于 2 c·m^{-5}。

a) 求下列四点的电场 E: $x=0, z=0$, $y=0$, 0.5, 1.0 和 2.0 cm，在这里假设棒是无限长的。

b) 对 $x=0$, $y=0$, $z=0$ 处的电势(设无限远处电势为零)作一较好的估算，指出估算的不准范围，并证明之。

c) 在 $x=0.5$ m, $y=z=0$ 处的电势和原点的电势相比，是大些、小些还是相等？

第七章　在各种情况下的电场(续)

7-1　a) 证明两异号的平行线电荷构成的等势面是圆柱面。假设两线上电荷密度分别为 $+\lambda$ c·m^{-1} 和 $-\lambda$ c·m^{-1}，两根线的距离为 d。

b) 由上面结果求两平行导线单位长度的电容。设两导线的半径均为 r，其中心距离为 d，设 $d \gg 2r$。

c) 证明若 x, $y \gg d$，则电势可由下列复变函数求得

$$f(z)\equiv U+iV=\frac{1}{z}=\frac{1}{x+iy}$$

第八章　静　电　能

8-1　在第八章中讲过：原子核中包含 Z 个质子，在一定程度上均匀分布于半径为 r 的球体中，其静电能约为

$$U=\frac{3}{5}Z(Z-1)\frac{e^2}{r}$$

你同意这说法吗？

8-2　无线电调谐电容器具有的最大电容为 100pF（$1\mathrm{pF}=10^{-12}\mathrm{F}$），旋转动片，电容值可降至 10 pF。若电容器在电容最大时充电达 300V 的电压，然后转动旋钮调到电容值最小，初始和终了的电势差数值分别为多少？在转动旋钮中需作多少机械功？

8-3　两电容器的电容为 C_1 和 C_2，开始时分别带电 q_1 和 q_2。试证明，除特殊情况外，当两电容器并联时贮存的静电能减小。失去的能量出现在哪里？寻求联接后没有能量损失的条件。

8-4　证明偶极矩为 $\boldsymbol{p}$ 的偶极子，放在电场 $\boldsymbol{E}$ 中的静电能为：

$$U=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$$

计算电场 $\boldsymbol{E}$ 作用在偶极子上的转矩。直接按转矩的定义和利用上述能量关系两种方法来计算。若将形成偶极子的 $+q$ 与 $-q$ 一先一后地放入电场，静电能量相同吗？如果不同，计算它的差值；如果相同，用物理概念说明你的理由。

8-5　证明平行板电容器极板的相互作用力为 $F=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 A}$。使极板间距离由 x 增至 $(x+dx)$，需作功多大？

8-6　π 介子是有三种带电状态的粒子，亦即有正、负和中性的 π 介子，带电的 π 介子的质量（乘 C^2）为 139.6 MeV，中性 π 介子的质量为 135.0MeV。在一种 π 介子模型中，认为质量差异的起因仅在于静电能。若进一步假设带电的 π 介子可以用均匀带电球体来表示，那末就有可能计算它的“半径”，在这假设的前提下试计算 π 介子的半径。你的结果和其它有关核大小的估算相符吗？

8-7　一金属球壳，内外半径分别为 a 和 b，其中心位于坐标原点，在壳上开一小孔，若球壳上没有净电荷，将一电荷 q 自无限远处通过小孔送到坐标原点需作功多少？又若球壳已带电为 q_2，则作功多少？

第十章　电　介　质

10-1　平行板电容器（如图 2·10·1所示）用大小相等、但介电常数 K 不等的两块电介质填充。试证明其电容为 $C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}\cdot\frac{k_1+k_2}{2}$。

10-2　平行板电容器极板为边长 20 cm 的正方形，板间距为 1cm。先充电达到 10V 的电势差，然后与电池断开。将厚度略小于 1cm 的一大片正方形介质板插入极板间，使电容

器中有 10 cm×20 cm 的面积为电介质所填充，见图 2·10·2 介质的介电常数为 4.0。

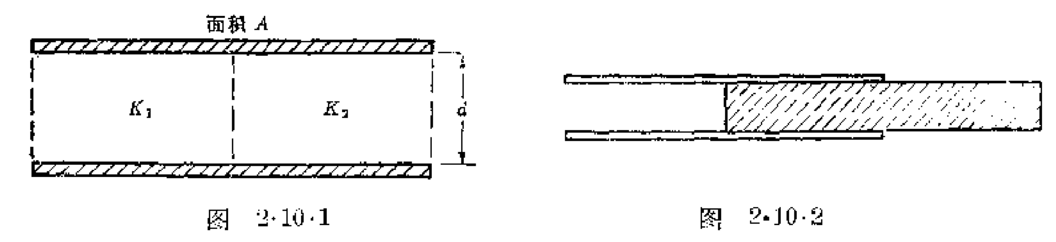


图 2·10·1　　　　图 2·10·2

a）两板间的吸引力多大？

b）在电容器内远离边缘(因此可忽略边缘效应)处的电介质中，单位体积的偶极矩是多少？

c）设介质板是由介电常数为 4.0 的物质构成，在其中嵌入许多均匀分布的小金属球，此时两极板间的电势差与原来是均匀介质时比较，是变大、变小还是相等？

10–3 一平行板电容器，两板间距为 d，在空气中电容为 C_0。今插入一介电常数为 k 的绝缘板，绝缘板厚度 $t<d$，其面积与电容器极板相等，板面与极板平行。略去边缘效应，试证此时的电容为：

$$C=\frac{C_0}{1-[(k-1)/k]\left(\frac{t}{d}\right)}$$

10–4 一绝缘金属球，半径为 a，表面带有自由电荷 Q，该球被一内径为 a，外径为 b 的电介质层所覆盖。

a）计算电介质的内表面和外表面的表面极化电荷。

b）在介质内部极化电荷的体密度为多大？

10–5 一平行板电容器与电池联接，两极板维持一定的电势差 V_0。两板间插入一介电常数为 k 的介质板，极板间完全被该介质板所填满。

a）证明在介质板插入过程中，电池作功的量为 $q_0V_0(k-1)$。q_0 是插入介质之前电容器极板所带的电量。

b）把介质板插入两极板之间，作用在介质板上的机械力作功多少？这功是对，还是由插入介质板的人作的？

10–6 把半径分别为 a 和 $b(a<b)$ 的两同轴导管垂直地下放入油槽中，若对两管加电压 V，证明油升高量为

$$H=\frac{V^2(k-1)\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)\rho(b^2-a^2)g}$$

式中 k 是油的介电常数。

10–7 当一电力线穿过介电常数为 k_1 和 k_2 的两电介质界面时，两侧的力线和界面法线的夹角分别为 θ_1 和 θ_2，试证明

$$k_1\cot\theta_1=k_2\cot\theta_2$$

第十一章 在电介质内部

11–1 有一半径为 a 的均匀极化的电介质球(参看讲义图 11-7)。求球内

和球外的电场。

11-2 氦在 0°C 和 1 atm 下的介电常数为 1.000074，求氦在强度为 $10^2 V \cdot m^{-1}$ 的电场中，每个氦原子感生的偶极矩。

11-3 水蒸汽是极性气体，它的介电常数明显地随温度变化，下表给出这种效应的实验数据。假设水蒸汽服从理想气体定律，计算分子极化率和温度倒数的函数关系，并画出曲线。由曲线的斜率推出水分子的永偶极矩。(1 mmHg = 133.322 Pa)

T(K)	压力(cmHg)	$(K-1)\times 10^5$
393	56.49	400.2
423	60.93	371.7
453	65.34	348.8
483	69.75	328.7

11-4 由相距固定距离为 a 的两原子组成一个体系，每个原子具有极化率 α，找出这样一个体系为铁电体时 a 与 α 的关系。(答案：$a^3 = \alpha/2\pi\epsilon_0$) 试再进一步考虑以等间距 a 排成一条线上的氧原子，并设想在相邻氧原子连线的中点上还有一个钛原子，见图 2·11·1。令氧的极化率为 α_0，钛的极化率为 α_T。找出该系统为铁电体时有关 α_0 与 α_T 的条件。

Ti O Ti O Ti

a

图 2·11·1

注：
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1.20$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^3} = \frac{1}{8} \sum \frac{1}{n^3}$$

11-5 直径为 d，相距为 $3d$ 的黄铜球排成点阵，组成一种"电介质"材料，假设每个球仅受外加电场的影响(亦即，忽略邻近球的感生电荷重新分布的影响)。试求这"材料"的介电常数 K。

第十二章 静电模拟

12-1 环的半径为 a，由铜导线制成，导线的直径 b 远小于 a，环嵌入塑料球心，球的半径远大于环的半径。用交变磁场使环中感生电流，电流使导线发热，产生热能功率为 W $(J \cdot s^{-1})$。在大球外表面的温度为 T_0。问在稳定状态下环心温度多高？

12-2 在第五章习题中曾设想地球的一个简单热模型。另一过分简化的模型是：地球内部有一导热率极高的核心，其半径为 a。若它的温度为 2500°C，包围核心的地壳层的导热率为 $0.03 J \cdot cm^{-1} \cdot s^{-1} (°C)^{-1}$，每年由地球发出的热能为 8×10^{20}J，求此核心必须多大？

12-3 a) 对于一定的几何和物理条件，将电势写成下面形式 $\varphi = f(r)\cos\theta = f(r)\frac{z}{r}$ (其中 $r^2 = x^2+y^2+z^2$)是有用的，[例如，在第十二章中曾用这个公式来求解无粘滞流体("干水")围绕球体流动的问题。]把 $f(r)$ 展开成幂级数

$$f(r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n r^n$$

若 φ 满足拉普拉斯(Laplace)方程，则系数 b_n 中仅有两个不为零，试求这两个系数。

b) 对于类似的两维问题，电势可以写成下列形式：

$$\varphi = g(\rho)\cos\theta = g(0)\frac{z}{r}, \qquad g(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\rho^n,$$

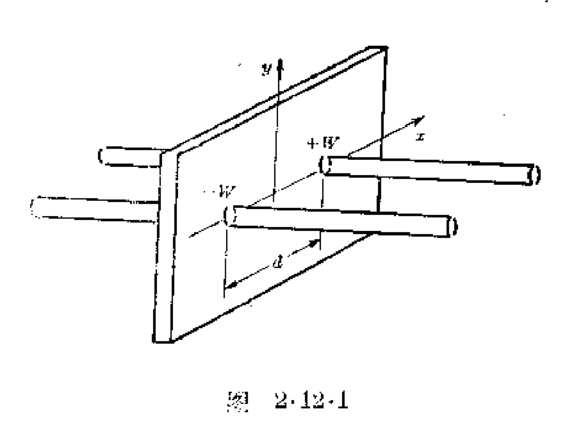


图 2·12·1

式中 $\rho^2=y^2+z^2$。若 φ 满足拉普拉斯方程，试求 c_n 的哪些值不为零。用笛卡儿坐标来计算。

12-4 在图 2·12·1 中两细水管相距为 d，垂直地穿过厚度为 t 的大墙，墙的传导率为 k，远离管子处温度为 T_0。在 $x=+\frac{d}{2}$ 处的管中流着热水，对墙放热 $+W$w，在另一管中流有冷水，从墙中吸热 Ww。作为两维问题来考虑，并忽略管子的有限截面。求位于 $x=100\,d$，$y=100\,d$ 的 P 点的温度。令 $T_0=20°\text{C}$，$d=50$ cm，$k=0.3\,\text{w}\cdot\text{cm}^{-1}(°\text{C})^{-1}$，$W=200$w，墙厚为 10 cm。在你的计算过程中取适当的近似。

第十三章 静 磁 学

13-1 四根 10 号长铜导线相互平行，它们的横截面构成边长为 20 cm 的正方形。每根导线通过 20A 的电流，其方向如图 2·13·1 所示。问正方形中心的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 的大小和方向如何？在左下方的导线每米所受的作用力的大小和方向又如何？

13-2 一长的实心电介质圆柱体半径为 a，被永久极化，各处的极化强度均沿半径向外，且每点的极化强度大小正比于该点到圆柱体轴线的距离，亦即 $\boldsymbol{P}=P_0\boldsymbol{r}/2$。圆柱体以匀角速度 ω 绕轴旋转。试求轴线上不太接近圆柱体两端的磁场。

13-3 两同心长导体圆筒构成一共轴电缆，其尺寸示于图 2·13·2 中。有大小相等而方向相反的电流流过两导体，假设电流在导体中均匀分布。

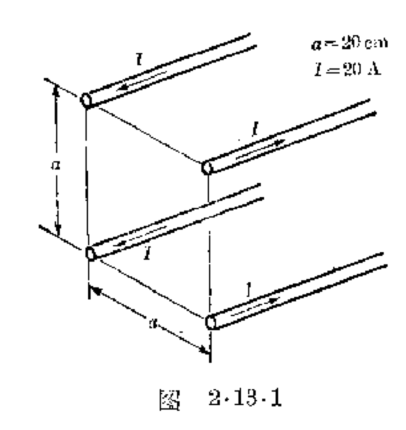


图 2·13·1

图 2·13·2

a) 求在内导体中 r 处的磁场 $\boldsymbol{B}(r<a)$。

b) 求介于两导体间的磁场 $\boldsymbol{B}(a<r<b)$。

c) 求在外导体内的磁场 $\boldsymbol{B}(b<r<c)$。

d) 求电缆外部的磁场 $\boldsymbol{B}(r>c)$。

13-4　一长导线，载有电流 I_1，有一矩形线圈长为 l，宽为 w，载有电流 I_2，长导线在线圈的平面内，见图 2·13·3。

a) 求作用在线圈上的力及作用在长导线上的力。

b) 求作用在线圈上的力矩及作用在导线上的力矩。

13-5　电视显象管的扫描由磁场使电子束偏转来实现，而磁场则来自套在显象管颈部的一组偏转线圈。在偏转之前电子束由电子枪射出，具有 3000 eV 的能量，电子在偏转后进一步得到加速。估算电子束具有最大偏转时的磁场，再估算这时线圈的安培匝数。在估算时可以略去偏转后的加速。若将加速考虑在内，则答案发生改变的趋向如何？

13-6　图 2·13·4 中一半径为 a 的很长导体棒上，有一半径为 b 的偏心孔，孔的轴与棒的轴平行，彼此相距为 d。导体内电流密度均匀，其值为 $+j$，求远离端部的孔轴上的磁场 $\boldsymbol{B}$。

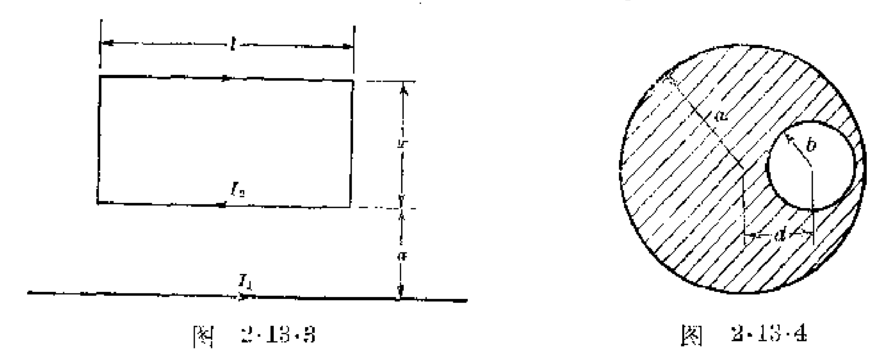


图 2·13·3　　　　图 2·13·4

第十四章　在各种不同情况下的磁场

14-1　在一塑料薄膜工厂，一宽的薄塑料带，以速率 v 在两个相邻的滚筒之间运行(参看图 2·14·1)。在生产过程中，薄膜积累了均匀的表面电荷(σ)。

a) 求在靠近带表面的中部(即靠近图中的 P 点)的矢势。

b) 并求该区域内的磁场 $\boldsymbol{B}$。

14-2　图 2·14·2 所示的导线上载有电流 I，求

a) 每一长为 l 的直线线段；

b) 长为 πr 的半圆导线；

c) 全部导线。

在半圆中心处所产生的磁场 $\boldsymbol{B}$。

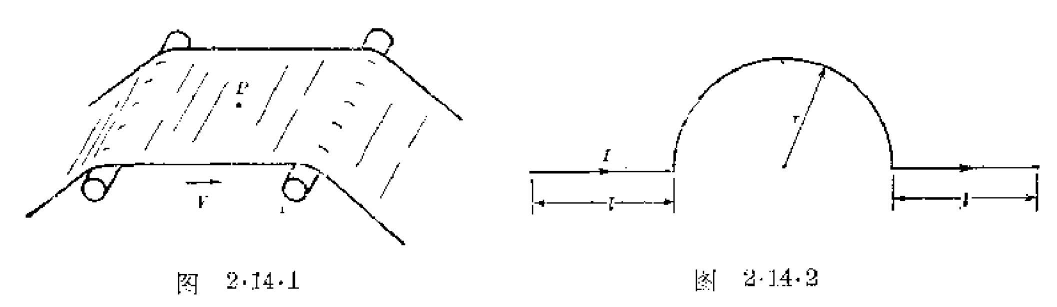


图 2·14·1　　　　图 2·14·2

14-3　在实际的磁装置中，经常需要均匀磁场，亥姆霍兹(Helmholtz)线圈(即两个载有同方向电流的共轴线圈)所产生磁场的均匀性，是它最重要的特性之一。设线圈的半径为

a，其轴沿 x 轴，每个线圈均载有电流 I，彼此相距 b，见图 2·14·3。

a) 求两线圈轴上一点 P 的磁场。P 与轴线中点 O 的距离为 x。

b) 把磁场的表达式展开为一幂级数并保留到 x^2 阶次。

c) 要使 x^2 项为零，则 a 和 b 必须满足怎样的关系？这有什么意义？

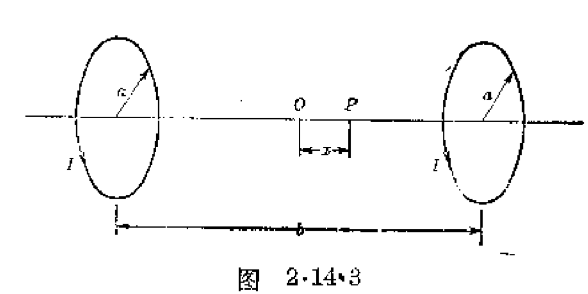


图 2·14·3

d) 证明在满足 c) 的条件下这个线圈产生的磁场[达 c) 所述的阶次]为：

$$B_x=\frac{8I}{5^{3/2}a\varepsilon_0c^2}.$$

14–4 正方形线圈，边长为 a，载有电流 I。

a) 用毕奥-萨伐(Biot-Savart)定律证明在线圈轴线上距中心为 x 处的磁场 $\boldsymbol{B}$ 为：

$$B=\frac{4a^2I}{\pi(4x^2+a^2)(4x^2+2a^2)^{1/2}\varepsilon_0c^2}$$

b) 用矢势求上述结果。

提示：令矢势采用积分形式，并利用

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_a^b f(x,\ y)\mathrm{d}y=\int_a^b\frac{\partial}{\partial x}f(x,\ y)\mathrm{d}y$$

$$\lim_{x\to c}\int f(x,\ y)\mathrm{d}y=\int\left\{\lim_{x\to c}f(x,\ y)\right\}\mathrm{d}y$$

14–5 用矢势计算半径为 a，通电流为 I 的圆线圈轴上一点的磁场。

14–6 设有半径为 a 的导体球，将其电势升至 V。若球以角速度 ω 绕一轴自转，证明球外的磁场和一偶极矩为

$$\mu=\varepsilon_0\omega V\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

的磁偶极子的磁场相当。并证明球内的场为：

$$B_{int}=\frac{2\omega V}{3c^2}。$$

这两个结果分别在球外和球内处处严格成立。若你不能证明此点，可在距离远大于 a 处来推导第一个结论，在球心处来推导第二个结论。

14–7 曾经指出过，若将一带电圆柱形导体竖直地置于北极，通过测量其中心与边缘之间的电势差就可以测量地球的转动。

证明这个电势差可写成如下形式：

$$V=\left(\frac{v}{c}\right)^2\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}$$

式中 v 是圆柱体外边缘上一点的速度，λ 是单位长度上的面电荷。你能设想测量该效应所需设备的合理参数吗？

第十五章　矢　　势

15–1 超导体金属具有在超导体内部 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 均为零的性质。

a) 对于 $\boldsymbol{E}$ 场,我们发现,超导体表面的边界条件是: $\boldsymbol{E}$ 必须垂直于表面,换句话说,$\boldsymbol{E}$ 的切向分量为零。对于 $\boldsymbol{B}$ 场,类似的边界条件是什么?

b) 图 2·15·1 中一通电流小线圈,磁矩为 $\boldsymbol{\mu}$,与无限大超导体平板相距 d,$\boldsymbol{\mu}$ 与板的法线成 θ 角。用几句话概述求各处磁场的方法,假设你已经知道孤立磁偶极子的场。

c) 求作用在磁偶极子上的力矩,表示成角度 θ 的函数。导出平衡状态下的角度。哪个是稳定平衡的方位?哪个是不稳定平衡的方位?

d) 求朝向或离开超导体的力,表示成角度的函数。

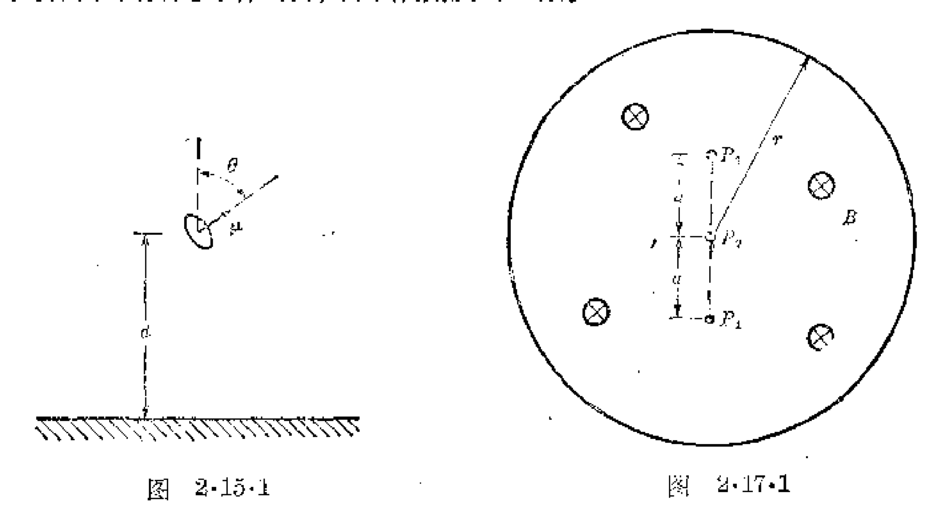


图 2·15·1　　　　图 2·17·1

第十七章　感应定律

17-1　如图 2·17·1 所示:一均匀磁场,限制在半径为 r 的圆柱体内,磁场 $\boldsymbol{B}$ 以恒定的速率 $100\text{Gs}\cdot\text{s}^{-1}(0.01\text{T}\cdot\text{s}^{-1})$ 减小,求位于 P_1、P_2 和 P_3 的电子的瞬时加速度(方向和大小),设 a 为 5.0 cm。

17-2　一刚硬的导线,弯曲成半径为 r 的半圆,以频率 f 在均匀磁场中转动(见图 2·17·2)。若仪表 M 的内阻为 R_M 电路的其余部分的电阻可以忽略,问电路中的感生电势和感生电流的振幅和频率多大?这里必须假设感生电流的磁场小于外磁场 $\boldsymbol{B}$。这样就需要假定感生电流是很小的,否则 $\boldsymbol{B}$ 将发生明显改变。

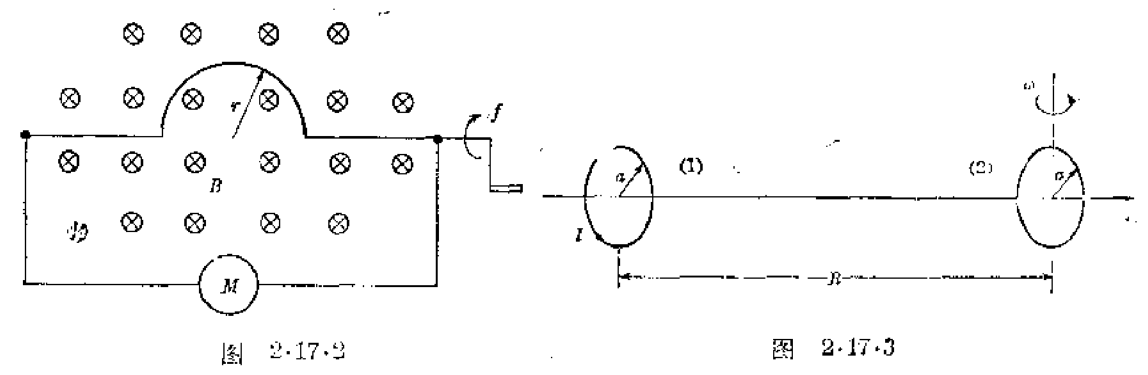


图 2·17·2　　　　图 2·17·3

17-3　图 2·17·3 中一小圆形线圈(1),半径为 a,载有稳定电流 I。另一线圈(2),半径亦为 a,位于通过线圈(1)中心的轴线上,与(1)相距为 R,$R\gg a$。两线圈平面相互平行,现

线圈(2)绕一直径以角速度ω转动。若线圈(2)为开路,其中产生多大的电动势,

17-4 一金属导线,质量为m 在两根相距为d的导轨上无摩擦地滑动(见图2·17·4)。导轨位于竖直的均匀磁场$\boldsymbol{B}$中。

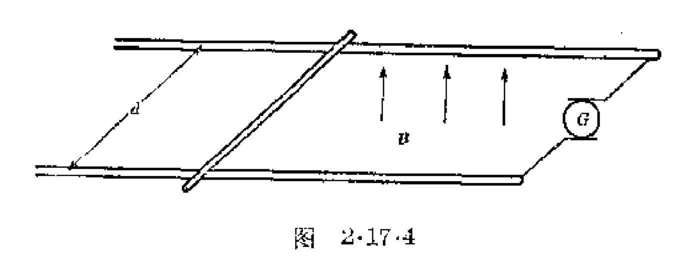


图 2·17·4

a) 一稳定电流I由发电机流入一根导轨,跨过导线,再沿另一根导轨流回。求导线的速度(速率和方向),表示成时间的函数。设$t=0$时导线是静止的。

b) 现用恒定电动势为$\mathscr{E}$的电池代替发电机,导线速度最终趋近一恒定值,试求此速度的数值。当速率趋近于这个数值时,它是什么样的时间函数?

c) 在b)中达到最终速率时,电流有多大?这里必须假设电流I产生的磁场远小于场$\boldsymbol{B}$。

17-5 一电路包含自感分别为L_1和L_2的两个串联线圈,两线圈的互感为M,求电路的总电感。若一个线圈反接,电感有何改变?

17-6 一同轴电缆,是由一导线和包围在外的同轴导体圆筒组成,外筒作为电流的回路。设内导线的半径为a,外筒半径为b(见图2·17·5)。

a) 若内导线的电流沿表面流过,证明这电缆单位长度上的自感为

$$L=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0c^2}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

b) 若电流是均匀地分布于中心导线的截面,计算此时的自感。比较两个结果,可以看到关于电流分布假设的重要性。

17-7 螺绕环线圈共有N匝,其横截面是边长为a的正方形,环的内径为b。

a) 证明自感为

$$L=\frac{N^2a}{2\pi\varepsilon_0c^2}\ln\left(1+\frac{a}{b}\right)$$

b) 用类似式子表示该线圈和沿线圈对称轴的长直导线之间的互感。假设与长直导线组成闭合电路的其他导体远离线圈,以致它们的影响可以忽略不计。

c) 求线圈的自感与上述系统的互感之比。

17-8 两个平面电流回路,每个面积为A,载有电流I,彼此相距r,如图2·17·6所示:

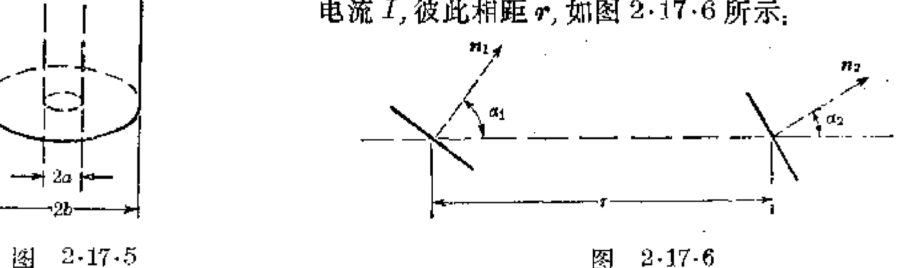


图 2·17·5　　图 2·17·6

回路的法线分别为$\boldsymbol{n}_1$和$\boldsymbol{n}_2$,法线与两回路中心的联线所成的角为α_1和α_2,矢量$\boldsymbol{n}_1$、$\boldsymbol{n}_2$与回路中心联线共面。

a) 求这两回路组成系统的互感M。假设每个线圈的半径远小于两回路之间的距离。

b) 用互感 M 的表达式求两回路之间相互作用力的大小和方向。

c) 若一个线圈的电流反向，或两个都反向，则作用力应有何不同？

17-9 设一单匝线圈，半径为 r_1 放在螺线管中心并与螺线管同轴。螺线管长为 l，匝数为 N，半径为 r_2，$r_2 \gg r_1$（见图 2·17·7）。若单匝线圈称作回路 1，螺线管称作回路 2 求 M_{12} 和 M_{21}。

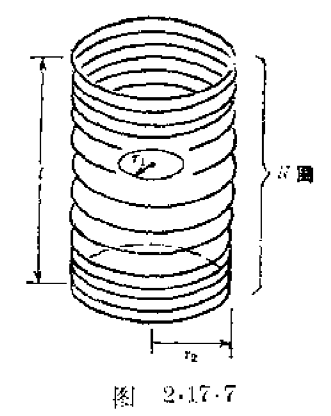


图 2·17·7

17-10 如图 2·17·8 所示，放在两导轨上的导线，以速度 v 运动，有一均匀磁场 B，垂直于纸面向里。

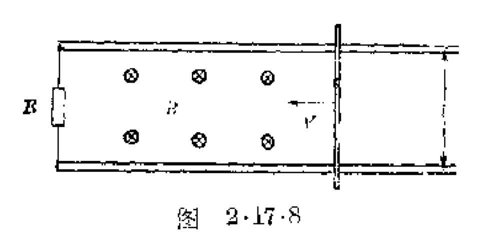


图 2·17·8

若 $v=100\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$，$l=10\ \text{cm}$，$B=0.1\text{Wb}\cdot\text{m}^{-1}$ 和 $R=10\ \Omega$。求流过 R 的感生电流 I。（略去该电流产生的磁场）。若感生电流产生的磁场不能忽略，试分析感生电流将会变大、变小、或不变？若产生磁场 B 的磁铁以和导线相同的速度 v 运动，你的答案会改变吗？

在电路中有感生电流时，自感是随时间而增加、减小、还是保持不变？

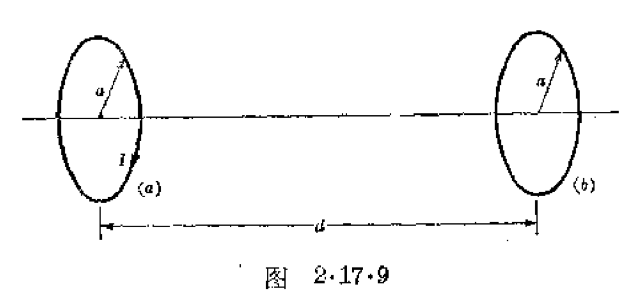


图 2·17·9

17-11 设两同轴线圈，半径为 a，相距为 d，$d \gg a$。电流 $I=k_0t^2$ 通过如图 2·17·9 所示的线圈 (a)，而线圈 (b) 的电阻为 R。

a) 略去自感，求作用在线圈 (b) 上的力矩。

b) 证明，若自感可以忽略，作用在线圈 (b) 上的力为

$$\frac{24\pi^4 a^6 k_0^2 t^3}{(4\pi\varepsilon_0 c^2)^2 d^7 R}。$$

并求力的方向？

c) 真正的作用力和转矩在多大程度上（定性的）不同于你的计算？亦即自感如何影响作用力和转矩？

d) 若线圈 (b) 绕垂直于两线圈的公共轴的直径转过 90°，试阐明 $a)$ 与 $b)$ 两部分结果将发生什么变化。

第二十章 麦克斯韦方程组在自由空间中的解

20-1 在某些情况下，用微分方程的复数解是方便的。

a) 设场随时间和坐标 x 作正弦变化（不随 y 和 z 变化），试证明

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0 e^{+i(\omega t-kx)}$$

的每个分量满足波动方程。（注意，实际的场只取这个表达式的实数部分。）

b) 试说明 $\boldsymbol{E}$ 的实数部分相当于一个沿 x 轴传播的平面波，这波向什么方向行进？

c) 证明算符 ∇ 对在 a) 中那样的函数的作用等效于 $\boldsymbol{e}_x(-ik)$，

即
$$\nabla=\boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x}=\boldsymbol{e}_x(-ik)$$

其中 $\boldsymbol{e}_x$ 是沿 x 轴方向的单位矢量，i 为 $\sqrt{-1}$，亦即，可以用简单乘法来代替 ∇ 的作用。对时间的导数算符 $\frac{\partial}{\partial t}$ 亦有类似的关系，试陈述之。

d) 当场是随 x 和 t 作正弦变化时，用 c) 的结果写下（通过察看）麦克斯韦方程组，k 和 ω 必须存在什么关系？

e) 若场的形式为 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0e^{+i(\omega t+kx)}$，你的答案有何改变？

20-2 一频率为 ω 的平面电磁波从镜面反射，镜面以速度 v 运行，运行的方向与波的传播方向一致。运用麦克斯韦方程组计算静止观察者看到的反射波的频率。将此结果与第一卷中用相对论所得的结果进行比较。

第二十一章 有电流和电荷时麦克斯韦方程组的解

21-1 完成推导《费曼物理学讲义》（第二卷）中方程（21.25）的细节。

21-2 《费曼物理学讲义》（第二卷）中方程（21.1）给出了计算运动电荷产生的电场的方程。设由正、负电荷（$\pm q$）组成的偶极子沿 z 轴围绕坐标原点振荡，亦即，正、负电荷运动规律分别为 $z_+=\frac{d}{2}\cos\omega t$ 和 $z_-=-\frac{d}{2}\cos\omega t$。偶极矩决定于 $\boldsymbol{p}=qd\cos\omega t\boldsymbol{e}_z$。证明用上面所提到的方程计算出偶极子的总电场为：

$$E_\varphi=0$$

$$E_\theta=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\sin\theta\left[\left(-\frac{\omega^2}{c^2r}+\frac{1}{r^3}\right)\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)-\frac{\omega}{cr^2}\sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right]$$

$$E_r=\frac{2p}{4\pi\varepsilon_0}\cos\theta\left[\frac{1}{r^3}\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)-\frac{\omega}{cr^2}\sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right]$$

式中 r 为观察点 P 到偶极子的距离，设 $r\gg d$（参见图 2·21·1）。

提示：
$$\boldsymbol{e}_{r+}\approx+\boldsymbol{e}_r,$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{e}_{r+})\text{ 和 }\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}(\boldsymbol{e}_{r+})\text{ 是接近于 }\boldsymbol{e}_\theta\text{ 方向的矢量。}$$

21-3 由麦克斯韦方程组的对称性和一振荡电偶极子的电场和磁场形式*，导出振荡磁偶极子的场。近处的场必定类似于半径为 a（$a\ll c/\omega$）的小载流线圈所构成的磁偶极子的场，电流 $i=i_0\cos(\omega t)$。

答案：

$$B_\varphi=0$$

$$B_\theta=\frac{1}{c^2}(E_\theta\text{ 电偶极子})$$

$$B_r=\frac{1}{c^2}(E_r\text{ 电偶极子})$$

*电偶极子的电场在习题 2 中给出，相应的磁场可用《费曼物理学讲义》（第二卷）中方程（21.1），即

$$c\boldsymbol{B}=\boldsymbol{e}_r\times\boldsymbol{E}$$

来求。——原书注

$$E_\varphi = -(B_\varphi \text{ 电偶极子})$$

$$E_\theta = E_r = 0$$

并将其中的 p 代之以 μ，$\mu = \pi a^2 i_0$。

21-4　在习题 2 中，振荡偶极子是由两个运动电荷组成的。构成偶极子还有另一方法：两个导体小球联以长为 d 的导线就构成一个偶极子。在导线中建立振荡电流，引起两端出现净电荷 $\pm q(t)$，但导线仍保持是中性的。$q(t)$ 可表达为 $Q_0e^{i\omega t}$ 的实数部分。在场中与偶极子距离为 $r(r\gg d)$ 的任意点 P 的 φ 可由推迟势积分给出（见图 2·21·2）：

$$\varphi = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\cos\omega(t-r_1/c)}{r_1} - \frac{\cos\omega(t-r_2/c)}{r_2}\right]$$

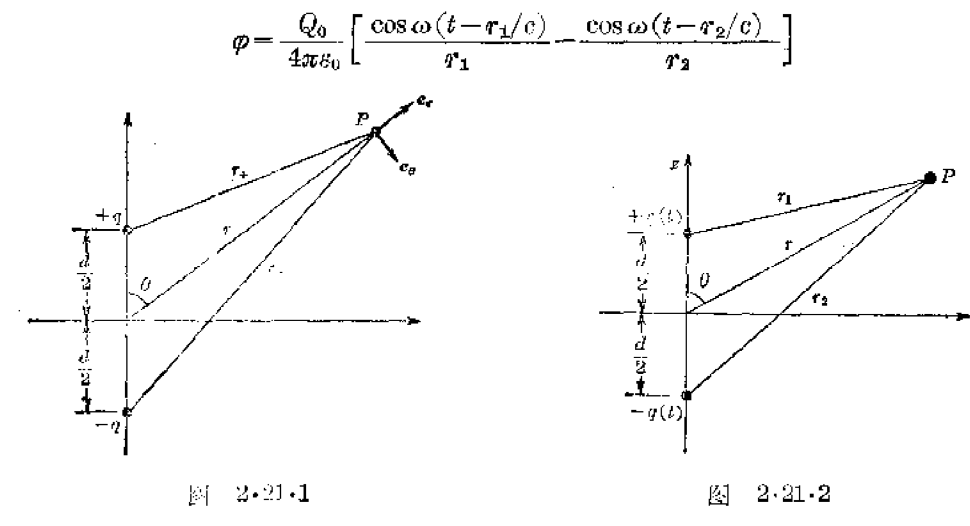


图　2·21·1　　　　　　　　图　2·21·2

a）假设 $\frac{\omega d}{2c}\ll 1$ 证明：

$$\varphi \approx \frac{Q_0\, d\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\frac{1}{r}\cos\omega(t-r/c) - \frac{\omega}{c}\sin\omega(t-r/c)\right]$$

b）更进一步证明：

$$A_z \approx -\frac{Q_0\omega\, d\sin\omega(t-r/c)}{4\pi\varepsilon_0 c^2}$$

c）试证实由这些势导出的辐射电场和磁场$\left(\text{与 } \frac{1}{r} \text{ 成正比的那部分}\right)$和以前所求的场是相同的。

21-5　用于频率 $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ 的天线由两根共直线的导线构成，每根长度为四分之一波长，并在它们的对接处用相应频率的正弦电压来驱动。导线中得到的电流分布是高度的正弦近似：

$$i = -i_0\sin(\omega t)\cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)$$

为了求天线的辐射，可以将它看成是由许多电偶极子的叠加，每一个偶极子长 Δz，连续地分布在 z 轴上，从一个偶极子到另一个偶极子强度是不同的（参见图 2·21·3）。

a）试证明在 z 点的偶极子的强度应为

$$\Delta p = \left\{\frac{i_0}{\omega}\cos\frac{2\pi z}{\lambda}\cos\omega t\right\}\Delta z$$

b）证明在远距离处$\left(r\gg\frac{c}{\omega}\right)$，整个天线产生的场为

$$E_\theta=\frac{2i_0}{4\pi\varepsilon_0 cr}\frac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)$$

$$B_\varphi=\frac{1}{c}E_\theta$$

c) 画出本题情况下与单一偶极子情况下的 $E_\theta\sim\theta$ 关系略图，并将两者作比较。

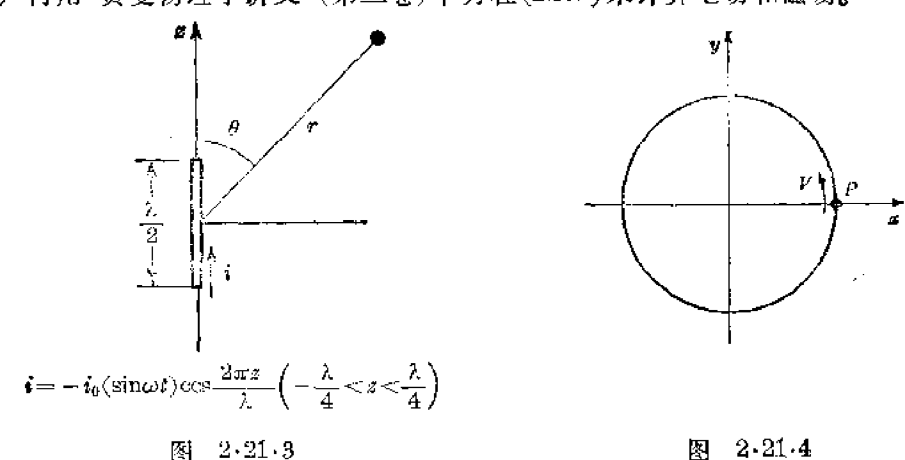
21-6 一带电为 q 的粒子，以速率 V 作匀速圆周运动，圆周半径为 a，见图2·21·4。

a) 当粒子在 P 点时，求圆心处的标量势 φ。

b) 在同一时刻，求圆心处的矢量势。

c) 通过计算圆心附近的势用《费曼物理学讲义》(第二卷)中方程(18.19)与(18.16)来确定圆心的电场和磁场。求电场方向相对指向 P 点的矢径的夹角。

d) 再用《费曼物理学讲义》(第二卷)中方程(21.1)来计算电场和磁场。



$i=-i_0(\sin\omega t)\cos\frac{2\pi z}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{4}<z<\frac{\lambda}{4}\right)$

图 2·21·3　　　　图 2·21·4

注意这个问题是相对论性的。速度 V 与 c 比较不一定很小。

第二十二章　交 流 电 路

22-1 一网路其形状为一立方形框架，每个顶点是一接线柱，每边的电阻为1Ω，求所有可能的二接线柱之间的等效电阻。

22-2 a) 求图 2·22·1 电路中的电流 I。

b) 若两个电感(线圈)间具有互感 M，则电流多大？

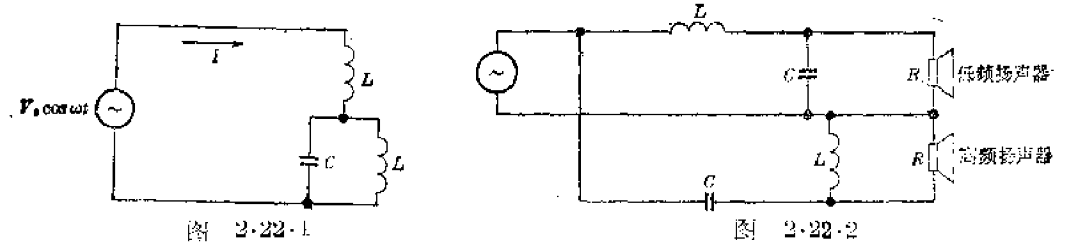


图 2·22·1　　　　图 2·22·2

22-3 高保真度($hi-fi$)系统的交岔网路如图 2·22·2，每个扬声器的等效电阻为 R。

a)* 证明若 $R^2=L/2C$，输入阻抗(从信号发生器的两端来看)为纯电阻，且等于 R。

* 22-3a)部分的证明应包括 $\omega^2=\frac{1}{LC}$ 的前提。——译者注

b) 证明交岔网路的频率由 $\omega_c^2=\frac{1}{LC}$ 给出。交岔网路频率 ω_c 定义为每个扬声器接受总功率的一半时的频率。

22-4 证明图 2·22·3 的电路中 a、b 两点的电势差(电压)的幅值与 ω 无关。画出电势差的相位略图(用 ω 的函数表示)。若电源有 $R/10$ 的内阻，对 a、b 间电压的幅值和相位有何影响?

22-5 图 2·22·4 示出一简单的并联电路。

a) 对于一定数值的 L、C 和 R 画一略图，表示电流的幅值与频率的函数关系。

b) 比较在 $R\gg\sqrt{L/C}$ 情况下，这样的并联电路与在 $R\ll\sqrt{L/C}$ 情况下同样的 R、L、C 相串联的电路的谐振频率与谐振曲线带宽。具体地请考虑 $R=K\sqrt{L/C}$ 时的并联电路和 $R=\frac{1}{K}\sqrt{L/C}$ 时的串联电路。

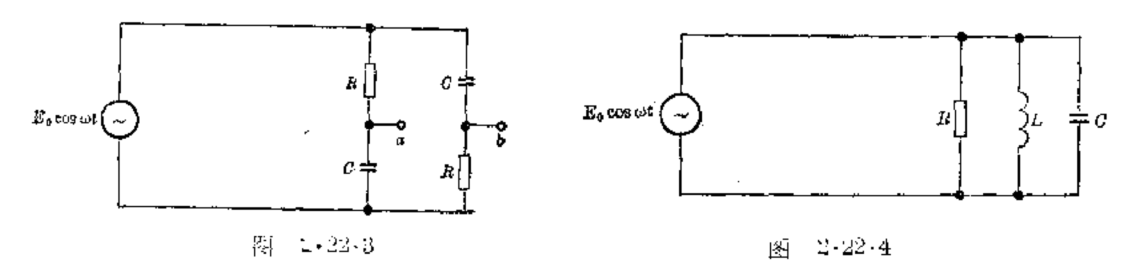


图 2·22·3　　　　图 2·22·4

22-6 图 2·22·5 为一用作测量电感的电桥。发电机供给频率为 ω 的交流电动势。当电桥平衡时，检测器 R_D 中没有电流通过。求 L，用 R 和 C 来表示。

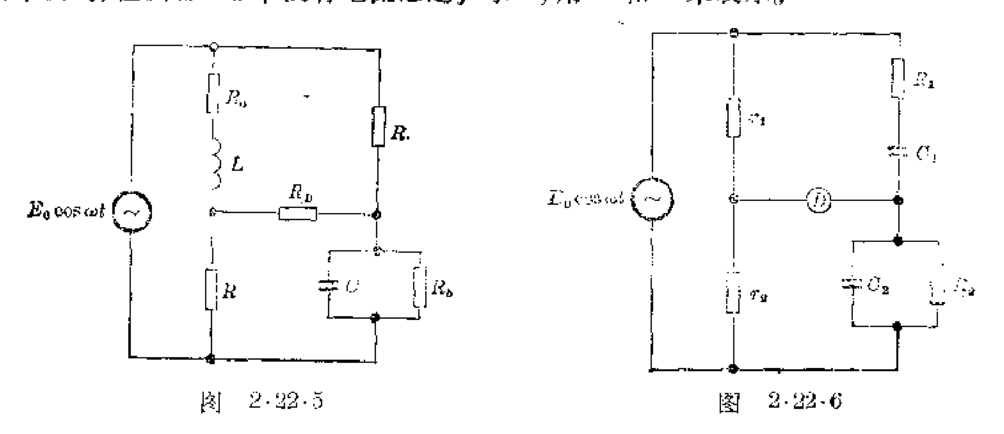


图 2·22·5　　　　图 2·22·6

22-7 图 2·22·6 为维恩(Wein)电桥，常用于 RC 振荡器。若无电流流过检测器 D 时，电桥达到平衡。证明电桥平衡时，需要同时满足下面两个方程

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)=\left(\frac{R_1}{R_2}\right)+\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$$

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$$

22-8 一电压源 $V(t)==V_0\cos\omega t$ 加于图 2·22·7 所示的电路中。

a) 证明若 R、L 和 C 选取的数值使 $RC=L/R$，则电流 I 不随频率变化。

b) 试求电源电压与 RC 并联电路上端电压之间的相位差(当 $RC=L/R$ 时)。

22-9 图 2·22·8 所示的电路是这样设计的：P_3 点的触头可以接到 P_0, P_1, P_2, …, P_n

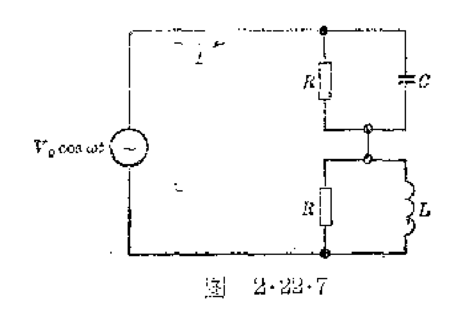


图 2·23·7

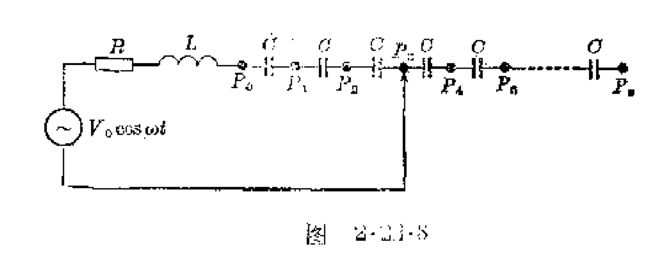


图 2·23·8

中任何一点。

a) 若触点在 $P_m(0\leqslant m\leqslant n)$，求电阻 R 上消耗的平均功率的表达式。

b) 若 $R=1000\,\Omega$, $L=10\,\mathrm{H}$, $C=20\,\mu\mathrm{F}$, $\omega=100\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

i) 当 m 为何值时，功率最大？

ii) 当 $m=2$, $V_0=100\mathrm{V}$ 时，P_0 和 P_2 之间及电阻 R 两端的瞬时电压的最大值各为多大？

第二十三章　空腔谐振器

23-1　求如图 2·23·1 所示空腔的近似谐振频率。假设 $d\ll a$, $d\ll(b-a)$。你忽略了什么主要效应？

若空腔均匀地被冷却(亦即使整个空腔处于同一温度)，由于热收缩导致谐振频率增加、减少或不变？

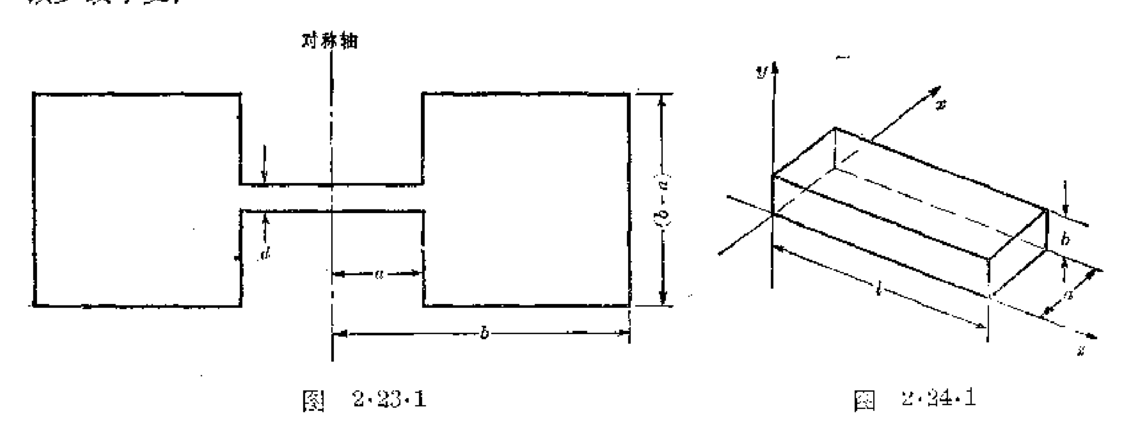


图 2·23·1　　　　图 2·24·1

第二十四章　波　　导

24-1　传输线单位长度的自感为 L_0，单位长度的电容为 C_0。若电压和电流缓慢地改变(相当于传输信号的波长比传输线的间距长得多)，证明控制方程为：

$$\frac{\partial V}{\partial x}=-L_0\frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial x}=-C_0\frac{\partial V}{\partial t}$$

由此证明 I 和 V 两者满足波动方程；

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

式中：$v^2=\frac{1}{L_0C_0}$。

注意：关于讯导缓慢变化的假设并不是必要的，但有关的证明超出本章的范围。

24-2 传输线的特性阻抗为 $Z_0=\sqrt{L_0/C_0}$，式中 L_0 为单位长度的自感，C_0 为单位长度的电容。

证明宽为 b，相距为 $a(a\ll b)$ 的两薄带组成的传输线的特性阻抗为

$$Z_0\approx\frac{1}{\varepsilon_0 c}\frac{a}{b}$$

24-3 用导体平板把长为 l 的共轴圆柱形传输线的两端封闭成一空腔。

a) 求电场恒为径向模式的最低频率。

b) 给出 $\boldsymbol{E}$ 的式子。

c) 将谐振频率和 $\omega_0=1/\sqrt{LC}$ 进行比较，式中 L 和 C 是长为 l 的共轴传输线的自感和电容。

24-4 一矩形波导，由边长为 a 及 b 的理想导体材料构成，如图 2·24·1 所示。

一段长 l 的波导的两端用金属导体板覆盖，亦即该波导管实际是一谐振腔。若电场由下式的实数部分来表示：

$$\boldsymbol{E}(x, y, z, t)=E_0(x, z)e^{i\omega t}\boldsymbol{e}_y$$

求具有最低谐振频率的空腔模式的 $E_0(x, z)$。求该最低谐振频率。

24-5 由两同心的导体圆筒组成一共轴电缆，其一端 $(x=0)$ 与电压源相联接，电压为

$$V(t)=V_0\cos\omega t$$

电缆另一端 $(x=l)$ 覆盖以导体板，单位长度上的电感为 L_0 电容为 C_0。

a) 若电缆长为 $\frac{5\pi c}{2\omega}$，c 为光速，画出导体间的电压作为距离 x 函数的曲线，并确定电压最大时的 x 值。

b) 写出构成导体间电压的前进行波和反射行波的表达式。

c) 在 $x=0$，$x=\frac{l}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{5\pi c}{2\omega}\right)$ 和 $x=l-\frac{5\pi c}{2\omega}$ 处的电流多大？

d) 若电压源为一理想的发电机，它的轴以角速度 ω 转动，必须以多大的平均转矩作用在发电机上？

24-6 若传输线在 $x=l$ 处的终端接阻抗 Z_T（见图 2·24·2），证明发送端 $(x=0)$ 的阻抗为

$$Z_s=iZ_0\frac{\tan\omega\sqrt{LC}l-iZ_T/Z_0}{1+iZ_T/Z_0\tan\omega\sqrt{LC}l}$$

式中 $Z_0=\sqrt{\frac{L}{C}}$ 为传输线的特性阻抗。若

a) $Z_T=0$

b) $Z_T=\infty$

c) $Z_T = Z_0$

Z_S 值多大?

24-7 特性阻抗为 Z_1 的传输线与特性阻抗为 Z_2 的传输线相联接。J_1 与 J_2 分别为两传输线接点(见图* 2·24·3)。若该系统为联在第一传输线(Z_1)始端的一个信号发生器所驱动。

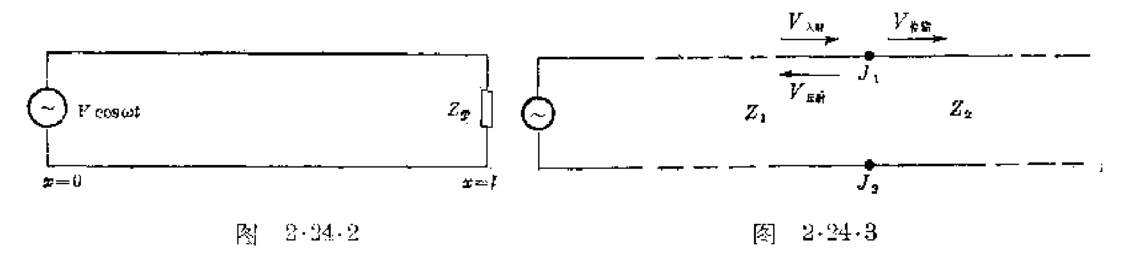


图 2·24·2　　　　图 2·24·3

若已知电压"传输系数"为:

$$\frac{V_{传输}}{V_{入射}} = \frac{2Z_2}{Z_1+Z_2}$$

证明"反射系数",亦即 $\frac{V_{反射}}{V_{入射}}$ 为:

$$\frac{V_{反射}}{V_{入射}} = \frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}$$

24-8 在喷气推进实验室的某跟踪站上,在电子学检测箱(electronics cage)与 85′ 接收天线的馈线接口之间是一个 40ft(12.19 m)的波导,波导的内截面尺寸为 $5^3/_4$in×$11^1/_2$in (1in＝2.54 cm)。若采取 960MHz 的载波,试求信号在波导中的速度与在自由空间中速度之比。

24-9 在《费曼物理学讲义》(第二卷)第二十四章中所描述的波导内部的电场在传播方向的分量为零,亦即电场是横向的(这种传播模式称作 TE 型,或称横向电场型)。另一种模式在传播方向上没有磁场分量,称作 TM 型。对《费曼物理学讲义》(第二卷)上图 24-4 所示的矩形波导,TM 型的矢量势为:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_z \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} e^{i(\omega t - k_z z)}$$

式中

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

a) 由此方程证实磁场确系横向。并证明 $\boldsymbol{E}$ 场和 $\boldsymbol{B}$ 场满足波动方程和适当的边界条件。

提示:要求

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$$

式中的 $\boldsymbol{A}$ 与 φ 满足

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

b) 证明若 $\omega < c\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$,则 nm 型波不能传播。

* 图系译者补加。——译者注

第二十五章　按相对论记法的电动力学

下面习题中用的单位是取 $C=1$。

25-1　用四元矢量形式写出下面的两个量：

$$(\varphi^2-\boldsymbol{A}^2)$$

$$(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{j}-\rho\varphi)$$

25-2　在康普顿效应中，一光子碰击一个静止电子，引起两者的动量都发生改变（见图2·25·1）。求碰撞后散射光子的能量，用入射光子的能量来表达。并求散射光子偏离入射方向的角度。

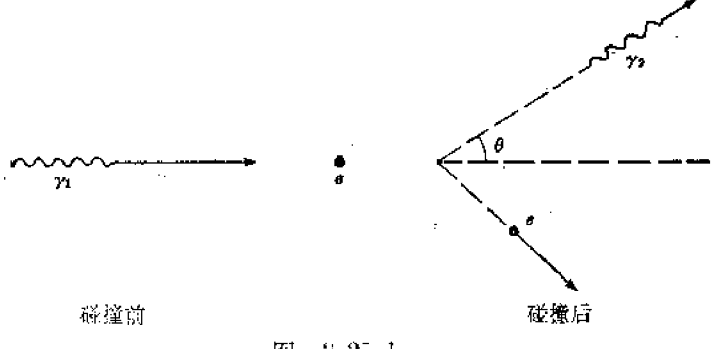


图　2·25·1

25-3　可以用一个光子轰击一个静止电子而得到正电子：

$$\gamma+e^-\to e^-+e^++e^-$$

光子的最小能量多大？用粒子的四元矢量动量及它们在任意可能场合下组合的不变性。

25-4　一光子(γ)经如下反应可以产生电子-正电子对：

$$\gamma+e^-\to e^-+(e^++e^-)$$

但是，一个孤单的光子不可能产生

$$\gamma\to e^++e^-$$

的反应，即使光子的能量大于两倍电子的静止质量并满足电荷守恒要求。试用四元矢量动量来证明这个结论是正确的。

25-5　一质量为m的静止粒子受到质量为M、动量为P的另一粒子的冲击。在发生完全非弹性碰撞后，二粒子结合成一单个的新粒子。后者质量与速度是多大？将你的结果与用非相对论性计算得的数值相比较。

第二十六章　场的洛伦兹变换

下列习题中，用的单位是取 $c=1$。

26-1　写出 $\nabla_\mu F_{\mu\nu}$ 包含的全部项，并给出意义。

26-2　有一种四元矢量，它的三元矢量部分是

$$\rho\boldsymbol{E}+\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B}$$

试求该四元矢量的表达式。它的类时与类空分量分别代表什么物理意义？

26-3　试证明 $\boldsymbol{E}^2-\boldsymbol{B}^2$ 与$(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})$在洛仑兹变换下是不变量。要注意，若 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 在某

一参照系中构成锐角，在所有参照系中亦如此。对于何种重要的物理现象这两个不变量均等于零？

26-4 若 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 是在某一指定的参照系中空间上某一点的电场与磁场。相对另一个参照系，电场 $\boldsymbol{E}'$ 与磁场 $\boldsymbol{B}'$ 可以相互平行。试确定此参照系的相对速度。一旦我们找到这样的参照系，我们会发现存在无数个具有这样性质的参照系，只要这些参照系的相对速度平行于 $\boldsymbol{E}'$ 与 $\boldsymbol{B}'$ 的共同方向。因此，我们可以有一种选择，让所要寻求的参照系的相对速度垂直于 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$，那将充分满足要求而且得到方便。

答案：
$$\frac{\boldsymbol{v}}{1+v^2}=\frac{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{E}^2+\boldsymbol{B}^2}$$

26-5 在第二十六章中，通过将静止电荷的势变换到运动参照系，获得匀速运动的带电粒子的四元矢量势 A_μ，再由 A_μ 来确定场 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$。现在，请从静止电荷的场出发，用场的变换规则来确定 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$。

26-6 证明以匀速 $\boldsymbol{v}$ 运动的点电荷的电场与磁场可写成
$$\boldsymbol{E}=\frac{q\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\,\frac{1-v^2}{(1-v^2\sin^2\theta)^{3/2}}$$
$$\boldsymbol{B}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}}{r^3}\,\frac{1-v^2}{(1-v^2\sin^2\theta)^{3/2}}$$
式中 $\boldsymbol{r}$ 是电荷即时位置到观测点的矢径，θ 是 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 之间的夹角。

26-7 一条长直金属线载有由于电子以速率 v 运动而产生的电流 I。由于有固定在晶格上的正离子，总电荷密度为零。

a) 求在相对导线静止的参照系中导线外的场。

b) 将这场变换到与电子一同运动的参照系中[在《费曼物理学讲义》(第二卷)第十三章中，曾用另一种方法求得在该运动参照系中观测到的电场，参照方程(13.28)]。

26-8 两个电子相隔距离 a，以相同速度 $\boldsymbol{v}$ 并肩向前运动。在它们中间有一无限大薄片，带有静止正电荷，其面密度为 σ(见图 2·26·1)。

a) 为使两电子间距 a 保持不变，σ 应当多大？

b) 试将电子具有 500 MeV 能量时所需的电荷面密度与以很低速度运动时所需的电荷面密度相比较。

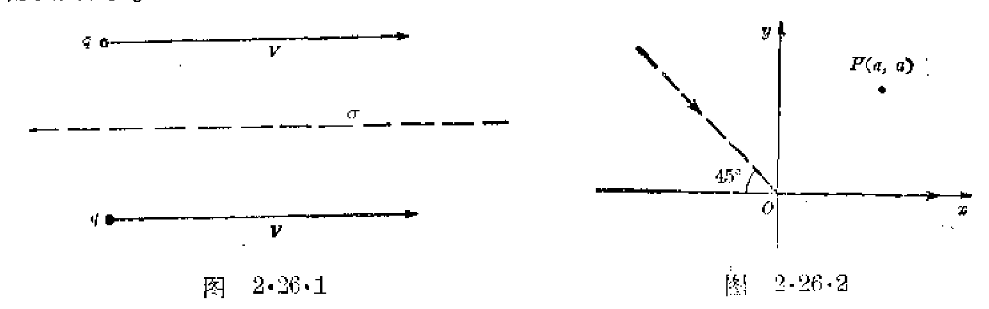


图 2·26·1　　图 2·26·2

26-9 若 f_μ 为作用在一个粒子上的四元矢量力，u_μ 是四元矢量速度，证明
$$f_\mu u_\mu=0$$

26-10 一个带电 q 的粒子以恒定的速率 v 在 x-y 面内沿如图所示的虚线轨迹运动。(粒子在原点 O 发生散射)。速率始终保持不变。在 $t=t_1$，粒子位于 $x=a$, $y=0$。

a) P 点在 $x=y=a$。求在 t_1 时刻 P 点的电场，设 $v/c=0.5$(c 是光速)。

b) 若在散射前粒子的轨迹靠近 y 轴的下部，其它条件仍如a)中所述，这时答案应如何改变？

第二十七章 场能量和场动量

27-1 运用推导《费曼物理学讲义》(第二卷)中方程(27.11)的技巧，求 $\nabla\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$ 与 $\nabla(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$ 的展开式。

27-2 地面外的地球磁场包含多少 Mt(兆吨)的能量？假设地球磁场等效于一个磁偶极子在赤道产生 2/3Gs 的磁场。一兆吨是指1百万吨的 TNT 爆炸所释放的能量(等于 4.2×10^{15}J)。试由你的答案来考虑一兆吨级的氢弹在高空大气层爆炸，会在多大程度上干扰地球的磁场。

27-3 一根长直导线单位长度上的电阻为 R，导线上载有电流 I，试计算在导线表面上 $\boldsymbol{S}$[坡印廷(Poynting)矢量]的通量。将此结果与由欧姆定律计算出的焦耳热相比较。

27-4 一根长的同轴电缆由理想导电的两同心圆柱筒构成。电缆的一端跨接在端电压为 V 的蓄电池上，另一端则跨接一个电阻 R，因而有电流 $I=\dfrac{V}{R}$。试用坡印廷矢量 $\boldsymbol{S}$ 计算沿电缆传输的能流。

27-5 广播电台辐射的平均功率为 10W。

a) 试求在离电台 10 km 外的地面上的坡印廷矢量 $\boldsymbol{S}$ 的大小。在这样远的地方，辐射可以看成是平面波。一个合理的假设是：该功率是由在理想导体平面上的 $\dfrac{\lambda}{4}$ 天线辐射出来的。

b) 求电场与磁场强度的极大值。

27-6 在《费曼物理学讲义》(第二卷)图 24-6 所示的矩形波导中，最低阶 TE 波型的场由下式给出：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e}_y E_0\sin\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t-k_z z)$$

$$\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{e}_x E_0\frac{k_z}{\omega}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t-k_z z)$$

$$-\boldsymbol{e}_z E_0\frac{\pi}{\omega a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(\omega t-k_z z)$$

a) 证明以上所给出的解满足本问题的边界条件。

b) 计算坡印廷矢量 $\boldsymbol{S}$ 与能量密度 U。

c) 计算通过垂直于 z 轴平面的平均能流。

d) 计算该波导中平均能量密度。

e) 用 c) 与 d) 的结果，计算能量传播的平均速度。证明这个结果与《费曼物理学讲义》(第二卷)中(24.27)所表达的群速是一致的。

27-7 a) 计算从一个偶极矩为 $p\cos\omega t$ 的振荡偶极子辐射出的能流密度。

提示：只取辐射项(即按 $\dfrac{1}{r}$ 衰减的项)。

b) 偶极子在一大球球心，对球进行面积分，证明平均辐射功率为

$$\frac{1}{3}\frac{r^2}{(4\pi\varepsilon_0c^2)}\frac{\omega^4}{c}$$

27–8 一平面光波入射到一个自由电子上。在电场 $\boldsymbol{E}$ 的影响下，电子发生振荡。试计算电子辐射功率与入射光波的能流密度之比。设光波是低频的，并且忽略光波的磁场 $\boldsymbol{B}$ 对电子的作用。

27–9 一个尘埃粒子，在太阳系中受到两种力：太阳与行星的引力和直接来自太阳的光辐射力。由于引力正比于粒子的体积，而辐射力正比于它的截面面积，总会有一种粒子的尺寸，恰使这两种力达到平衡。假设粒子是球形的，并吸收入射的全部辐射，试求在上述力平衡时球形的半径。

对彗星尾巴为什么总是偏离太阳的一种解释就是基于上述的现象，这里假设彗星尾包含大量小粒子，甚至是气体分子。这个解释合理吗？

太阳辐射的总功率为 4×10^{26} W，它的质量是 2×10^{30} kg。

27–10 平均半径为 R 的空心环形螺管，截面为 πr^2，缠绕导线 N 匝 $(r\ll R)$。

按 $I(t)=Kt$ 规律随时间变化的电流在时刻 $t=0$ 通入线圈。

a) 直接根据磁场，计算在时刻 t 储存于磁场的能量。

b) 求在时刻 t，螺管内侧上一点的坡印廷矢量的方向和大小。

c) 利用坡印廷矢量，求在时刻 t 螺管内场能量的变化率。用 a) 的计算结果核对你的答案。

第二十八章 电 磁 质 量

28–1 若电子的静止质量等同于它的电荷的静电场能量，并设电荷是均匀分布在一个球体内，计算该球体的半径，并与《费曼物理学讲义》(第二卷)中方程(28.2)所给出的结果相比较。

28–2 已经很清楚地知道，一个电子除了有电荷与质量，还有角动量(自旋)和磁矩，相互关系是：

$$\frac{\text{角动量}}{\text{磁矩}}=\frac{m}{q}$$

这个关系精确到 0.1%。假设质量由《费曼物理学讲义》(第二卷)(28.2)式给出。

a) 取一半径为 a 的球壳，电荷 q 均匀分布于其上，在中心放一磁矩为 μ 的磁偶极子，试证明电磁场的角动量为

$$\boldsymbol{L}=\frac{2}{3}\frac{q\mu}{4\pi\varepsilon_0c^2}\frac{1}{a}$$

b) 求角动量与磁矩之比，并与上面援引的数值$\left(\frac{m}{q}\right)$相比较。

c) 已知电子的 μ_s 是 $(\hbar q/2m)$，试计算产生这磁矩的自旋电子所需表面最大速度。试作出你感到适当的任何评论。量 $(4\pi\varepsilon_0c\hbar/q^2)=1/\alpha$ 的数值为 137。

第二十九章 电荷在电场和磁场中的运动

29–1 一带电粒子(带电 q，静止质量为 m_0)最初静止于原点。在 x 轴方向它受到一恒

定电场的作用。

a) 按相对论力学计算作为时间函数的速度与坐标。

b) 若粒子沿 y 轴方向有一初速 v_0，如何修正你的答案？

29-2 在质子加速器中，质子在一均匀磁场中沿圆形轨道运行。求"回旋频率"，及在低能下的角速度，表示为 q, B, m 的函数。当能量增长时，频率如何变化？达到多高能量时频率改变 1%？

29-3 在 $t=0$ 时，一个质量为 m，带电为 q 的粒子静止于原点。有一沿 y 轴方向的均匀电场 $\boldsymbol{E}$ 与一沿 z 轴方向的均匀磁场 $\boldsymbol{B}$。

a) 解随后的运动，并设 $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ 是非相对论性的运动。这意味对 E 与 B 作什么限制？

b) 你能提出相对论性的运动应如何吗？若 $E/B>C$，将发生什么情况？

c) 若在 $y=0$ 的 x-z 面内放一平板，而另一与之平行的平板在 $y=d$ 处，两者之间有电势差 $V_0=Ed$，同时又加一平行于两平板的磁场，这就构成叫做"磁控管"的装置。若电子自阴极板射出时本来是静止的，要多强的磁场才能使电子不会达到阳极？

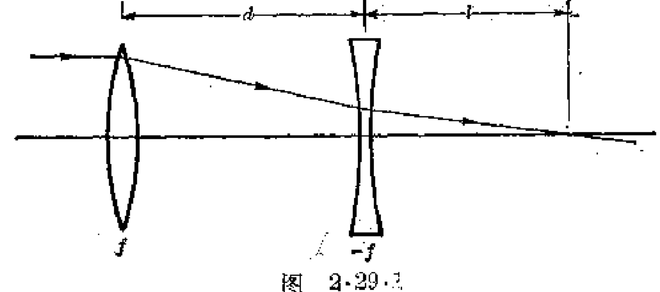


图 2·29·1

29-4 交变梯度聚焦原理可以通过以下的光学类比来阐明(见图 2·29·1)。即使这两个透镜有相同数值的焦距，它们的组合在一定情况下仍有会聚作用。

a) 对于平行入射光，试决定 l，表示成 d 的函数。

b) 象是实或虚的条件是什么？

第三十二章 稠密材料的折射率

32-1 证明在非极性物质中，在低频下，折射率的平方等于介电常数。

32-2 电离层对约为 6 MHz 的电磁波是透明的。试利用自由电子模型估算电离层中电子的密度。

32-3 在金属中持久地作用以恒定电场，然后又突然撤去。试利用金属的自由电子模型，证明弛豫时间(即漂移速度衰减到初值的 $1/e$ 所需的时间)等于电子平均碰撞时间 τ 的两倍。

32-4 在金属中麦克斯韦方程的平面波解有如下形式：

$$E_x=E_0e^{i(\omega t-kz)}$$

式中 k 是复数。对于低频

$$k=(1-i)\sqrt{\frac{\sigma\omega}{2\varepsilon_0c^2}}$$

a) 试写出与这种波相关的磁场 $\boldsymbol{B}$ 的表达式。

b) 求 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之间的夹角。

c) 求在任一 z 值处 $\boldsymbol{B}$ 的峰值与 $\boldsymbol{E}$ 的峰值之比。

d) 求 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之间的相位差[若 $\boldsymbol{E}$ 在 t_1 达到极大，而 $\boldsymbol{B}$ 在 t_2 达到极大，则相位差定义为 $\pm\omega(t_1-t_2)$]。

32-5 《费曼物理学讲义》(第二卷)中方程(32.50)说明，金属的紫外截止频率(即在此频率 ω 值上 n 由实数变为虚数)是十分明显的。但实验表明确定这截止频率并不那么明显。试用对 n^2 的更好近似证明实验结果与理论实际上还是相符的。

第三十三章　表 面 反 射

33-1 a) 试决定平面电磁波穿过如图 2·33·1 所示的三层介质的透射系数。

b) 证明当 $n_2=\sqrt{n_1n_3}$ 及 $l=\dfrac{\lambda_2}{4}$ 时，透射系数等于 1。(正因如此，优质照相机与双目镜都采用镀膜透镜。)

c) 用普通白光的双目镜，镀膜的厚度 l 应是多少？

d) 若只容许在透镜一侧镀膜，应在哪一侧镀？为什么？

33-2 一束波长为 4500 nm (在真空中)的光，如图 2·33·2 所示，入射到一棱镜上，并在长边的面上以 90° 角发生全反射。棱镜的折射率为 1.6。计算在长边以外多远处电场强度衰减到表面处的 $1/e$。设入射光是偏振的，并且 $\boldsymbol{E}$ 垂直于入射面。若 $\boldsymbol{E}$ 在入射面内，你的答案要改变吗？

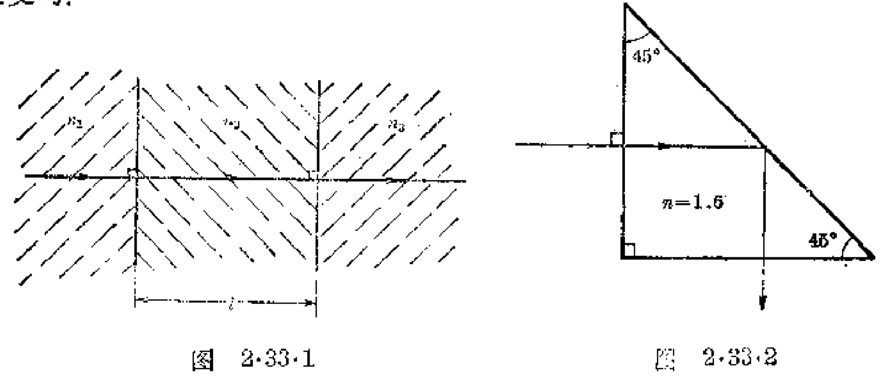


图 2·33·1　　　　图 2·33·2

第三十四章　物 质 的 磁 性

34-1 一带电粒子在垂直于均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 的平面内运动。若 $\boldsymbol{B}$ 随时间作缓慢变化，试证明由轨道运动产生的磁矩保持不变。这里所说缓慢的含义是什么？

第三十五章　顺磁性与磁共振

35-1 在低能回旋加速器中，质子绕圆轨道转一圈的时间 T 约为 0.13 μs。在相同磁场(指对上述回旋加速器所加的磁场——译者注)中进行质子的核磁共振实验，该实验指示的共振频率为 21MHz。从这些数据确定 g 值。

35-2 试按《费曼物理学讲义》(第二卷)正文提供的方法导出(35.9)式。你能将此式的推导与第三十五章中(即严格基于经典物理不存在顺磁性)所证明的结果相一致起来吗？

35-3 一种顺磁性盐每毫升含有 10^{22} 个离子，每个离子具有一个玻尔磁子的磁矩。将该物质置于磁感强度为 10000Gs（$1\text{Wb}\cdot\text{m}^{-2}$）的均匀磁场中。试计算在室温和液氦温度下抵消不掉的相互平行的自旋在总数中的百分比。

35-4 试按照《费曼物理学讲义》（第二卷）第三十五章对于自旋 1/2 的推导方法，导出对于自旋为 1 的粒子群的量子力学的顺磁性方程。

第三十六章 铁 磁 性

36-1 一个均匀磁化的球体具有总磁矩 $\frac{4}{3}\pi a^3 M$，其中 a 是球的半径，M 是磁化强度。仅就对外界的效果而言，试计算能够代替这个磁化球的等效面电流。并阐明这种电流分布具有相同的总磁矩。

36-2 如 2·36·1(a)图所示的一个磁铁框架，绕上载有 5A 电流的线圈 2150 匝。铁芯具有 28 cm 的均匀宽度（垂直于纸面）并有如图 2·36·1(b)所示的 $B\sim H$ 曲线。试估算在空气隙中的磁场。在你的计算中忽略了的主要效应是哪些？

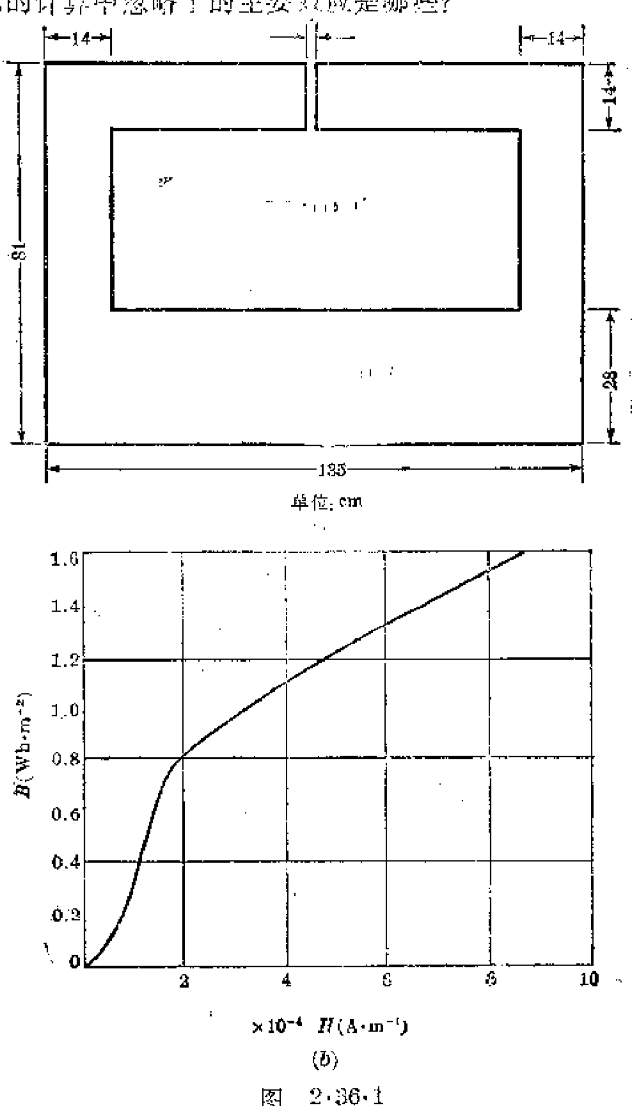


图 2·36·1

提示：由于 $B \sim H$ 曲线是经验曲线，而且是非线性的，若不能对问题作解析的或严格的解，请不要感到奇怪。

36-3　在空气隙中的磁通，如图 2·36·2(a) 所示，是由一段永磁性材料和两个软铁的极部产生的。永磁性材料的特性曲线如图 2·36·2(b) 所示。在外线圈中通以强电流，先使该永磁材料磁化到 P 点。设软铁具有无限大的磁导率，并忽略磁通的边缘效应。试计算在电流切断后气隙中的磁通密度。

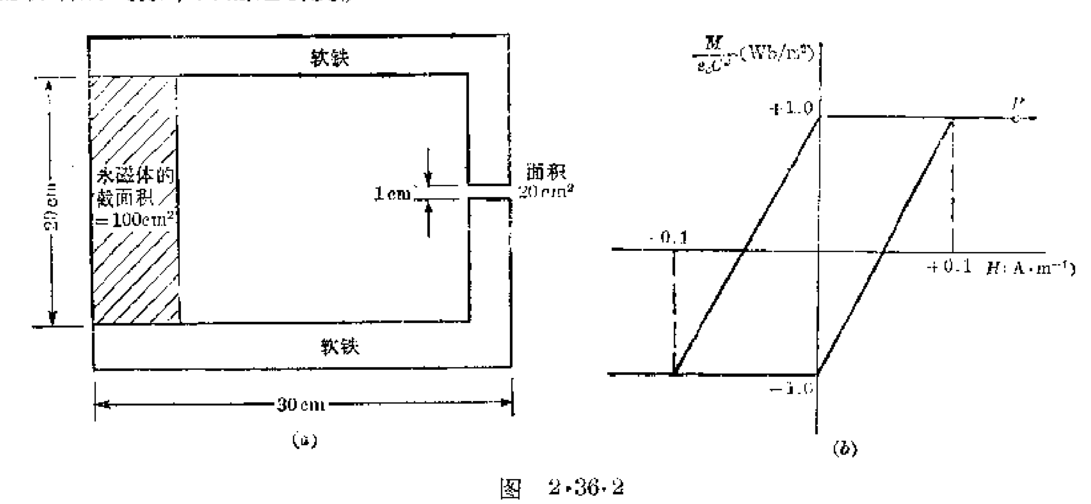


图　2·36·2

36-4　一根很长的圆柱形铁棒受到永久性的磁化，并具有沿圆柱轴线方向的均匀磁化强度 $\boldsymbol{M}$。忽略端部效应，求在铁中的 B 与 H。

如沿轴线有一细长的空腔，求在空腔中心的 $\boldsymbol{B}$。

第三十八章　弹　性　学

38-1　在空间技术的许多应用中，需要利用具有最大的强度对重量比值的材料。

a) 实心圆形铝柱与钢柱具有相同的劲度与相等长度 L。试比较两者的半径。（劲度定义为横向作用力与由此产生的位移之比。）

b) 比较这两根柱的质量。

38-2　一根长 L 具有正方截面的铝杆，如图 2·38·1 所示，其一端被固定在墙上。在自由端挂一质量 m。求该系统的固有振动频率。设杆的正方截面的边长为 a，杆的质量远小于 m，而 m 可当成一个质点。

38-3　在《费曼物理学讲义》第一卷第四十七章中，我们求得用压力随密度的变化率来表达流体中的声速。试证明在固体中纵波（平面的压缩波）的相速由下式给出

$$v_{long}^2=\frac{(1-\sigma)Y}{(1-2\sigma)(1+\sigma)\rho}$$

（这个速度适用于"无限大"介质中的纵波。在这种情况下的纵波中，每个质点的运动方向恒与波传播方向平行；同时，当物质受到波的压缩，不会象在杆中那样发生侧向运动。（要知道，杆一受压缩就要变粗。）你认为当大块物质的线度应当有多大时，这个公式就可以适用？

38-4　一根宽 1/2in.(1.27cm)、厚 1/32in.(0.06cm)、长 12in.(30.48cm) 的钢尺，如图 2·38·2 所示，挤入固定在桌面上相距 $11^1/_2$in.(29.21cm) 的两个物块之间。

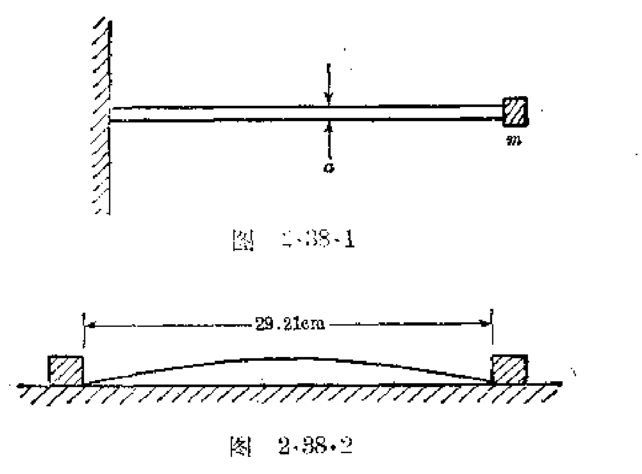


图 2·38·1

图 2·38·2

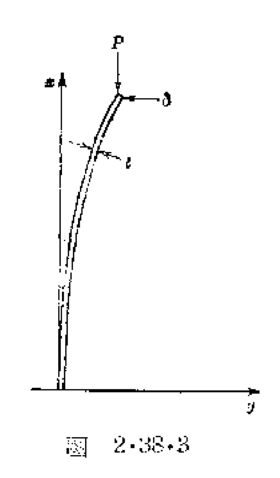


图 2·38·3

a) 尺弯成一种什么样的曲线?

b) 求作用于物块上的力。

38-5 如图2·38·3所示，长为 L 的杆一端被固定，在自由端上承受弯折载荷 P，试确定此载荷。杆具有厚 t 宽 W 的长方截面。

第四十章 干水的流动

40-1 a) 在《费曼物理学讲义》(第二卷)第四十章中有如下叙述：若流体不能承受切应力，则在任何方向都具有相同的压力。按你自己满意的方法证明之。

b) 作为一个数学练习，证明在第四十章中用到的一个很有用的矢量恒等式：

$$(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=\frac{1}{2}\nabla(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v})+(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v})$$

其中

$$\boldsymbol{\Omega}=(\nabla\times\boldsymbol{v})$$

40-2 盛在圆柱筒中的液体以恒定角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 绕自轴旋转。若距轴线为 r 的质点以线速率 $v=r\omega$ 旋转，求液体顶部表面的形状。

在讲义第四十章中曾指出：单位面积的环流，即 $\mathrm{curl}\boldsymbol{v}=\nabla\times\boldsymbol{v}$，等于该点液体旋转角速度的两倍，试证明之。

40-3 一个半径为 a、质量为 m 的球体以匀速 v 在无粘滞的“干”水中运动。试证明球和液体的总动能为

$$\frac{1}{2}\left(m+\frac{M}{2}\right)v^2$$

其中 M 是被球移去的流体的质量。球与流体的总动量又将如何?

第四十一章 粘滞流体

41-1 在粘滞液体中以匀速 v 牵动半径为 a 的球体，牵动得足够慢，以致液流是片状的。作用在球上的牵力是液体粘滞力的一种度量。虽然可以严格地将这个力计算出来，但有意思的是：在注意到力应该依赖于哪些参量后，可以根据量纲分析来寻求该力所服从的规律的形式。你能通过定性的物理分析看出为什么各参量这样出现在公式中么?

41-2 粘滞流体在细管中流动，并当作是片流，即诸圆柱管状流层作相对流动。横贯半

径为 a 的管子的各层流速的轮廓线大致如图 2·41·1 所示。

令 r 代表由管中心出发的径向距离，η 是流体的粘滞系数，$(P_1-P_2)/L$ 是沿管长单位长度的压降，试证明流速

$$v(r)=\frac{1}{4\eta}\frac{P_1-P_2}{L}(a^2-r^2)。$$

与欧姆定律完全相似，从该管中单位时间内流出的流体 Q 与压差 $\Delta P=P_1-P_2$ 之间的关系服从下列方程：

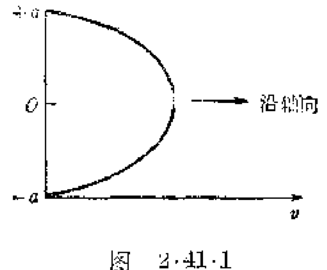


图 2·41·1

$$\Delta P=QR$$

R 称为"管阻"。试求半径为 a，长为 L 的管阻。你认为这样的定义纯属说法上的问题，还是你能提出理由说明这样的类比是有用的。又如何与电容器来相比拟？

41-3 一个大的浅盘，部分地盛上水(当作具有粘滞系数 η 的"不可压缩"液体)。一块薄而平的木片浮在水上，底面在盘底上高 d 处。木片的其它线度都远大于 d。木片以低速 v 沿水平方向移动，试求在靠近木片中部单位体积水的能量耗散率。

第 三 卷

第三章 几率振幅

3-1 在《费曼物理学讲义》(第三卷)第三章中已描述了一个设想的电子干涉实验，如讲义中图 3-1 所示。

从图中所描绘的干涉图样 P_{12}，可以估算出与几率幅函数 φ_1，φ_2 相关联的波长 λ。令二狭缝中心之间的距离为 a，其他任何需要的值可由图中测量出来。

a) 你得到的 λ 值是多少?

b) 根据图中给出的 P_1，P_2 曲线来计算在图样中央处 P_{12} 的值，离开中央的第一个极大和头两个极小处的 P_{12} 值。将结果与图中所给出的 P_{12} 曲线相比较。

3-2 考虑问题 1 中的双缝电子干涉实验，并假定由电子枪到狭缝，由狭缝到屏的距离与两缝之间距离相比都非常之大，缝的宽度远远小于它们的间距。尽可能定量地回答下列问题：

a) 若电子枪向上移动距离 D，P_{12} 的干涉图样发生什么变化?

b) 若两缝间的距离增加一倍，干涉图样有何变化?

c) 若狭缝 1 的宽度为狭缝 2 的两倍，图样有何变化?

3-3 竖直偏振的单色光投射到一偏振片上，偏振片允许光透过的轴向与垂直方向成 θ 角，问透射强度与入射强度的比值是什么?在单个光子入射的情况下偏振片起何作用?

3-4 一束 20000 eV 的电子，通过一多晶金薄膜后，射向照相底板。板上显示出以电子束的轴为中心的同心黑圆环。为什么?若金膜与照相底板间距离为 10 cm，试算出环的直径。

3-5 根据《费曼物理学讲义》(第三卷)上图 3-1 所示的标准双缝衍射实验可以证明，若已知电子在双缝处的振幅，则屏上的整个图样就可以推测出来。若 a_1、a_2 是在缝 1 和 2 处找到电子的复数几率幅，问屏上相对强度分布的公式是什么？把这公式表示成为距中心点距离 x 的函数。假定 x 很小，试用这两缝间的距离以及缝与观察屏间的距离表示你的解答.

若图形仅仅依赖于狭缝 1、2 处的几率幅，电子如何"知道"在缝后要采用什么波长来确定干涉图样?

如图 3·3·1 所示的衍射实验中，源 S 发射动量为 p_0、质量为 m、速度为 v 的粒子。

a) 中间极大和邻边的极大间的距离是多少?假定 $L\gg d$，$L\gg a$。

b) 若某种影响使上部分路径的位相改变 $\delta\Phi_1$，下部分路径位相改变 $\delta\Phi_2$，试证明：中央极大移过的距离 S 由下式表达。

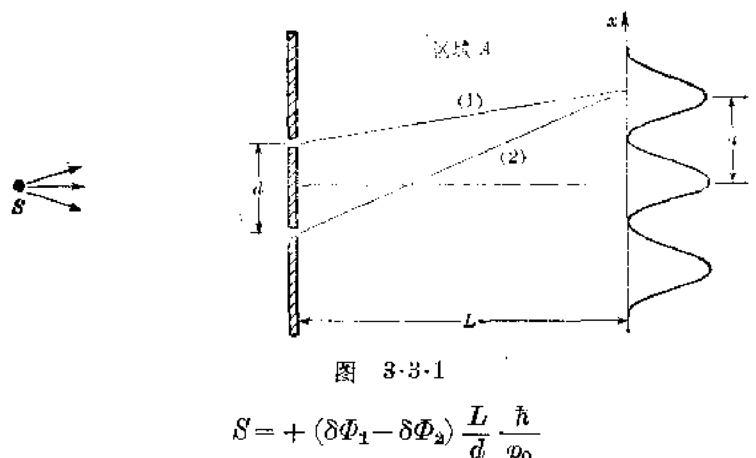


图 3·3·1

$$S=+(\delta\Phi_1-\delta\Phi_2)\frac{L}{d}\frac{\hbar}{p_0}$$

若$(\delta\Phi_1-\delta\Phi_2)$对于产生干涉图样的路径都是相同的，则整个图形移位，我们可以说所有的粒子向上偏移了一个距离 S。

c) 假定在区域 A，粒子具有一个很小的位能并只是竖直位置的函数，则在中心线以上 x 处粒子的动量将稍不同于它在中心线处的动量 $p(0)$，试证明：

$$p(x)=p(0)+\frac{m}{p(0)}[V(0)-V(x)],$$

对于 $V(x)$ 缓慢变化的情况即有：

$$p(x)=p(0)+\frac{Fx}{V}$$

式中 F 是位能梯度的负值：$-\frac{\partial V}{\partial x}$。

d) 在 c) 的条件下，沿路径 (1) 和 (2) 的动量不同，两者的波长也不同，试证上下路径的位相差为：

$$(\delta\Phi_1-\delta\Phi_2)=\frac{d}{2V}\frac{F}{\hbar}\cdot L$$

$\left(\text{注意：两路径之间平均竖直距离为}\frac{d}{2}\right)$。试证明图样将向上移位 $\frac{1}{2}T^2\left(\frac{F}{m}\right)$，式中 $T=\frac{L}{V}$ 是粒子从狭缝到屏的经典时间，试讨论之。

3-7 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的电子，从源 S 发出，S 放在具有双缝的屏前面，如图 3·3·2 所示。假定当一个电子达到狭缝时自旋未翻转的电子通过缝的几率为 α，而自旋翻转的电子通过缝的几率为 β，并假定不可能区分电子通过的是哪一个缝。

a) 假如所发射的电子都具有向上的自旋。试计算屏上 x 点的强度分布，用 α、β 以及有如 $\langle 1|s\rangle$ 和 $\langle x|1\rangle$ 这样的几率幅来表示。

b) 其他条件相同，若所有发射的电子自旋都是向下，与前面的情况相比，分布有何不同？

c) 其他条件不变，但发射电子的自旋是无规地“向上”或“向下”，求出这种情况与 a) 的差别。

3-8 令人意外，即使干涉的几种可能性是不太大的，但仍能发生显著的干涉效应。在双缝实验中，缩小一个孔，使粒子通过此孔的几率减小到 1/100，试证明到达干涉图样极大

处的几率仍然要比到达极小处的几率高 50%。

3-9 离地球最近的一些星体的直径对最好的望远镜看来都显得太小(张角小于望远镜的分辨力)。星体的直径是迈克尔逊(Michelson)首先用光学干涉仪测量的。这种方法刚刚可以用于测量最近的星体。1956年布朗(Brown)和戴维斯(Twiss)[自然杂志 178 1046 (1956)]提出了一种新的叫做强度相关的测量方法，试用于观测天狼星。他们采用了两个抛物型反射面(旧式探照灯的反射镜)，在每个面的焦点上安有一个光电倍增管。光电倍增管的输出用同轴电缆输入到一个电路。该电路可测量两个电流乘积的平均值(所谓的"相关器")。从这个乘积随着两反射镜距离的变化，他们确定了星体的张角。

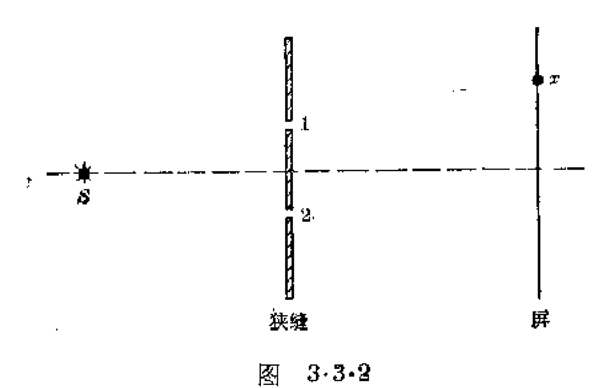


图 3·3·2

当时有许多物理学家认为这种方法行不通！他们的论据是：光是以光子的形式传播，或者到达这个反射镜或者到达那个反射镜，产生的两个电流是不相关的。从以下理想的实验可以证明这种论据是错误的。

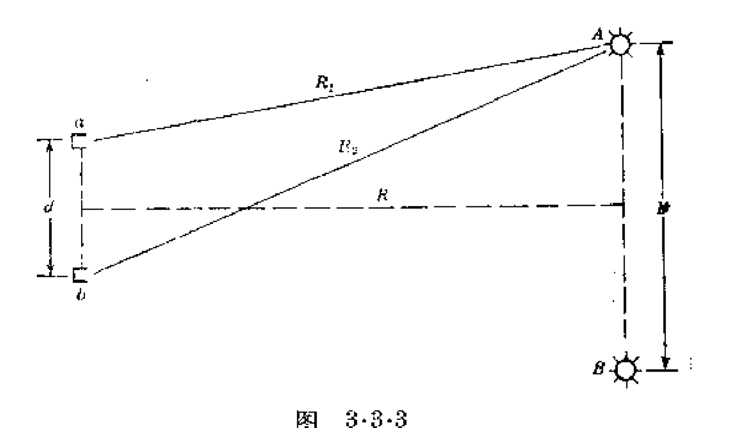


图 3·3·3

有两个小的光源，譬如两个灯泡 A 和 B，放在远离两个光电倍增管 a 和 b 的地方，其几何关系如图 3·3·3 所示。将记数器连接在探测器 a、b 上，以记录每秒钟达到计数器的光子数目 P_1 和 P_2。计数器 a、b 还连接到"符合"电路中以测量 P_{12}，P_{12} 是两个光子同时出现的计数率(在很短的时间 τ 内)。用 $\langle a/A\rangle$ 表示在任一特定的可分辨的时间间隔内，光子从 A 到达 a 的几率幅。于是 $\langle a/A\rangle$ 等于 $ce^{i\alpha_1}$，其中 c 是复常数、α_1 是 k 乘以 A 到 a 的距离 R_1，同样有 $\langle b/A\rangle=ce^{i\alpha_2}$，$\alpha_2=kR_2$，$R_2$ 是从 A 到 b 的距离。试证符合计数率 P_{12} 正比于

$$2+\cos 2k(R_2-R_1)$$

若已知 R，如何用此结果来测量 D？以上考虑忽略一个事实，即实际过程必须是这种模式的叠加，因为光来自星体表面各部分，而不是只来自边上的两个点。

第四章 全同粒子

4-1 广播发射机以 1.0 兆赫·秒$^{-1}$ 的频率辐射，功率为 1000 千瓦。

a) 辐射的每个量子的能量是多少(用电子伏特表示)?

b) 在电磁场振荡的每一周期内辐射多少量子?(光量子的高度相干性是可能的，因为它们是玻色粒子。)

4-2 在黑体中，频率在ω至$\omega+\Delta\omega$之间单位体积的辐射能量$E(\omega)$由普朗克辐射公式给出。

a) 对较小的ω和较大的ω, $E(\omega)$有何特性?

b) 在什么频率时，每单位频率间隔具有最大的能量?

c) 在什么波长时，每单位波长间隔具有最大的能量?

d) 假若太阳最大的能量辐射发生在可见光谱的中部，试估计太阳的温度。

4-3 估计使氦原子中两个电子的自旋排成同方向，需要多大的磁场强度。(近似地把氦原子看作具有对应光频的固有频率的谐振子。"基态氦"的两个电子处在最低能级，具有相反的自旋。由于不相容原理，如两个电子有相同的自旋，其中一个就要跃迁到上一个的能级。)

4-4 在中子发现以前，人们总认为：核内只有质子和电子。试说明原子N^{14}(核的质量接近14倍质子质量)应当是玻色子。然而很多实验(氮分子光谱)指出，这种原子是费米粒子。(这是说明有一种新的核粒子存在的最早的证据。)试说明用中子可解决上述矛盾。

4-5 在某一特定系统中，假定"跃迁"可在一定能级之间发生，也就是说，假定位于这些能级的原子数("布居")随着光量子辐射和吸收而发生变化。

当整个系统处在频率为$\hbar\omega=\Delta E$的辐射之中时，两个激发态和基态相互达到热平衡。能量为$2\Delta E$的直接跃迁是禁止的(图3·4·1)。

a) 求解用光子数$n(\omega)$表达的N_1/N_0和N_2/N_1。

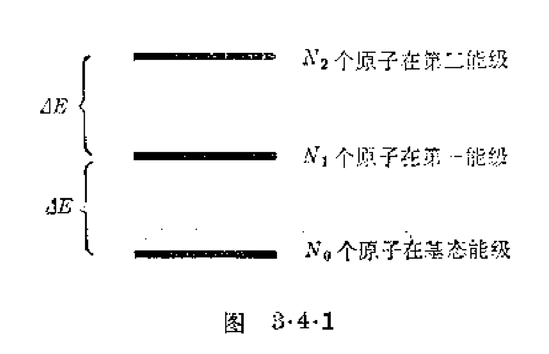


图 3·4·1

b) 导出一个光子(玻色子)数$n(\omega)$的简单关系式，式中仅包含$\Delta E/kT$。

c) 求在以下极限情况时，$n(\omega)$的近似式。

1) $\hbar\omega\gg kT$; 2) $\hbar\omega\ll kT$

4-6 在激光器中，许多相同的原子升到一个激发态，少量一种模式的光的存在可以使原子产生受激辐射，直到所有原子像雪崩一样参与辐射。这就发出大量的，波长和方向都完全相同的光子。试解释原子如何会被"限制"在相同方向辐射。你能设想有一天能对中微子制造类似的装置吗?(中微子是自旋为$\frac{1}{2}$，静止质量为零的粒子。)

4-7 试证明当在两个非全同粒子间无相互作用时，一个粒子从a到b同时第二个粒子从c到d的几率是P_{ab}和P_{cd}两个因子的乘积，其中P_{ab}是第二个粒子不存在时，第一个粒子从a到b的几率；而P_{cd}是第一个粒子不存在时，第二个粒子从c到达d的几率。这种限制是必需的吗?

4-8 氘是自旋为1的玻色子，一束氘核可处在$+1$、0、-1三态之一。进行一个氘-氘散射实验，取质心坐标系，令θ为入射氘核与靶氘核之间的散射角，探测到氘核的几率是什

么?并表示成 θ 的函数。设在散射时自旋不变,并令 $f(\theta)$ 代表对应于散射角 θ 的几率幅。

4-9 若 $f_1(\theta)$ 表示一个 π 介子被一个质子散射的几率幅。$f_2(\theta)$ 表示一个 π 介子被一个中子散射的几率幅。那么一个 π 介子被一个氘核以 θ 角散射的几率是多少?并用被质子和中子散射的几率 P_1 和 P_2 来表示这个几率。考虑以下两种情况:

a) 散射后中子或质子的反冲分裂了核。

b) 反冲很小,核保持不变。

你能说出哪种情况的散射较大么?你的答案依赖于在描述过程 a)中所用的前提条件。

4-10 在中子散射的实验中,一束中子投射到中子靶上。安置一个探测器来检测在质心系统中散射角为 θ 的中子。射线束中一个粒子自旋无任何变化地散射进入探测器内的几率幅为 f,粒子伴随自旋反转与靶子粒子交换自旋的方向而散射进入探测器的几率幅为 g。假定 f 和 g 不依赖于 θ,预期探测器中计数几率应为多少?分别以下列情况作出答案:

a) 入射中子和靶中子都具有 $+z$ 方向的自旋。

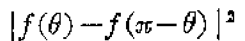
b) 入射中子的自旋取 $+z$ 方向,而靶上中子的自旋取 $-z$ 方向。

c) 入射中子束是非极化的,而靶上的中子都是沿 $+z$ 方向极化的。

d) 入射的和靶上的中子都是非极化的。

e) 若靶是极化的质子,并且中子-质子散射几率幅与中子-中子散射几率幅相等。对于 a) 部分,答案应是什么?假定探测器对探测中子和质子有相同的效率。

4-11 一束非相对论性的质子通过液态氢的薄层靶子,如图 3·4·2 所示。对和入射方向成 α 角散射的质子计数,该散射过程可在如图 3·4·2 所示的质心坐标系中进行分析。两个质子(p_1、p_2)以相等的速率接近,碰撞以后,两质子(p_1', p_2')以 θ 角分开。如果我们规定 z 轴垂直于散射平面。每个质子的 J_z(自旋角动量的 z 分量)可为 $\pm\hbar/2$,我们说自旋是"向上"或"向下"。假定两个质子都有"向上"的自旋,p_1 沿 θ 角散射进一个探测器的几率幅为 $f(\theta)$。因为我们不能说哪一个质子被探测到。所以,一个质子在 θ 角处出现的几率幅是 $f(\theta)-f(\pi-\theta)$。出现的减号是由于质子是费米子,这样,在探测器观察到一个质子的几率为:



$$|f(\theta)-f(\pi-\theta)|^2$$

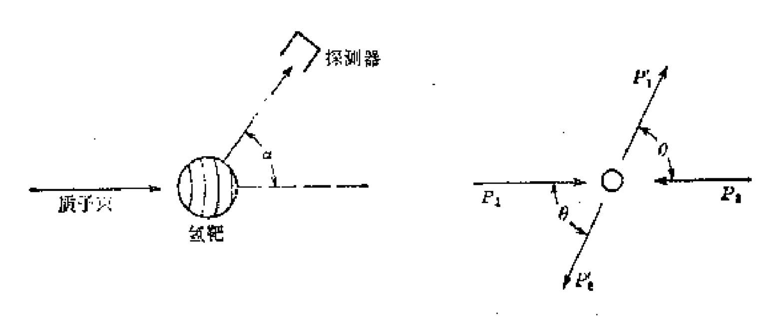


图 3·4·2

现在假定 p_1 有"向上"的自旋,而 p_2 有"向下"的自旋。由于散射几率幅依赖于相对的自旋方向,p_1 散射进入探测器后不改变原来自旋的几率是 $f'(\theta)$,而发生自旋反转的散射几率幅是 $g(\theta)$。由此,一个"向上"的质子达到探测器的几率幅可以写成 $f'(\theta)+g(\pi-\theta)$。问:

a) θ 和 α 之间的关系是什么?

b) 在"向上"-"向下"的情况,一个自旋"向下"进入探测器的质子散射几率幅是什么?

c) 假定一束"自然"的非极化质子被"自然"(非极化)的靶子散射,探测器不能辨别这

两种极化。问在 θ 角上的散射几率是多大?

d) 试说明若 $f'=f$、$g=0$, 自旋无规律的质子散射等同于几率幅为 $f(\theta)-f(\pi-\theta)$ 的"纯费米子"的散射和几率幅为 $f(\theta)+f(\pi-\theta)$ 的"纯玻色子"散射的叠加, 即

$$P=A|f(\theta)-f(\pi-\theta)|^2+B|f(\theta)+f(\pi-\theta)|^2$$

试求 A 和 B。

4-12 有 N 个电子在体积为 V 的巨大盒子内, 处于可能的最低能量状态。如果忽略电子间的相互作用, 试证明盒的每个模式恰好被两个电子所占据, 倘若模式的动量 $(\hbar k=p)$ 小于 p_{max}, 且

$$N=\int_0^{p_{max}} V\cdot 2\cdot 4\pi p^2\mathrm{d}p/(2\pi\hbar)^3$$

问所有电子的能量 U 是什么? 并用盒子的体积表示这个内能, 从而求出这种"简并电子气"的压力。试证明压力-体积关系为:

$$PV^{\gamma}=\text{常数}$$

并求 γ。

4-13 白矮星中的物质处于高度的压缩状态, 上题的理论可以适用。若 ρ 是物质密度, $\rho/2M_P$ 是每立方米的质子数(M_P 是质子质量, 并且假定核内质子、中子数目大约相等。), 这样, 在上题的方程中可令:

$$N/V=\rho/2M_P$$

这样被引力吸在一起的星体物质的平衡方程, 在一本天文物理学的书中写成:

$$P=A\rho^{\frac{5}{3}}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r}=-G\rho M(r)/r^2$$

$$\frac{\mathrm{d}M(r)}{\mathrm{d}r}=4\pi\rho r^2$$

你能否解释这些方程的依据, 能否对常数 A 提供一个公式或给出一个数值? 假定所有压力都是由这些简并的电子气产生的, 核实际上没有作用。(为什么?)

第五章 自 旋

5-1 证明《费曼物理学讲义》(第三卷)中第五章所述的。若装置 C 可以被分成 A、B 两部分, 就有

$$\langle\chi|C|\varphi\rangle=\sum_k\langle\chi|B|k\rangle\langle k|A|\varphi\rangle$$

5-2 《费曼物理学讲义》(第三卷) 第五章中描述的三个改装的史特恩-盖莱克装置 (Stern-Gerlach), 按照自旋的 z 分量来分离一个粒子束, 又使粒子束在空间合起来。让一束自旋为 1 的粒子通过串连的三个装置。第一个和第三个装置以相同的取向排成一行, 中间的装置则有一任意方位角。用第五章的标记法写成:

$$\begin{Bmatrix}+\\0\\-\end{Bmatrix}_S\qquad\begin{Bmatrix}+\\0\\-\end{Bmatrix}_T\qquad\begin{Bmatrix}+\\0\\-\end{Bmatrix}_S$$

a) 若 T 的一个缝是"开"的，在最后系统 S 的三个状态中，每一个态在粒子束中出现的比例是否决定于输入态，即是否决定于粒子束中 $+S$、$0S$ 及 $-S$ 的比例，为什么？

b) 若 T 的两个缝是"开"的，结果如何？

c) 若 T 的三个缝都是"开"的，结果又如何？

5-3 一套三个改装型的史特恩-盖莱克实验，对自旋为1的粒子有如下装置：

三个装置排成一直线，但是 T 装置绕此直线相对于其他两个 S 装置旋转了 $90°$，一束自旋为1的粒子从左边射入，离开第一个 S 装置的射线强度为每秒 N_1 个粒子。

a) 从 T 装置射出的射线强度 N_2 是多少？

b) 从最后一个 S 装置射出的射线强度 N_3 是多少？

c) 若所有的档板都从 T 装置中取出，N_2、N_3 为多少？

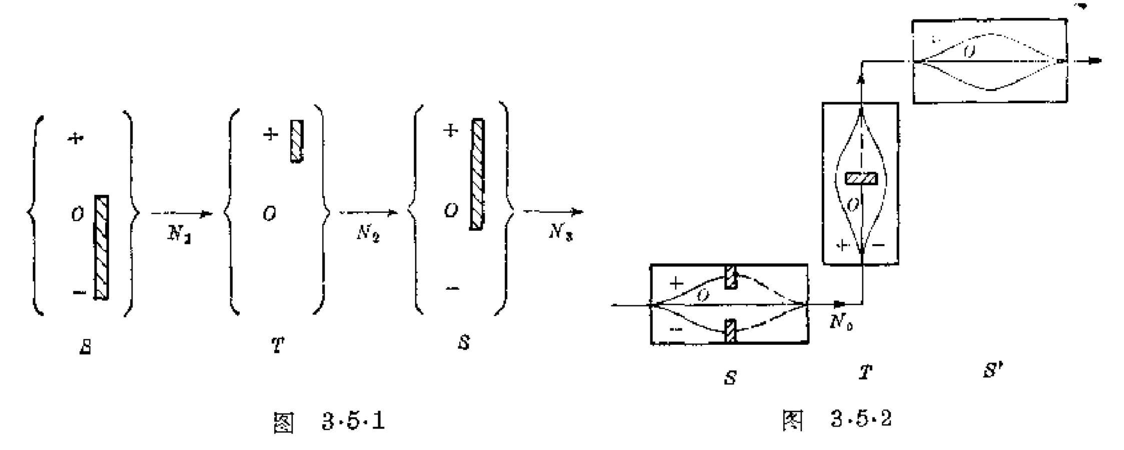


图 3·5·1　　　　图 3·5·2

5-4 考虑一列"改装"后的史特恩-盖莱克装置 S、T、S'，应用于自旋为1的粒子。（T 相对 S 和 S' 旋转了 $90°$。）若从 S 装置射出 N_0 个粒子，试求从 S' 射出的 $|+S'\rangle$ 态和 $|0S'\rangle$ 态的粒子数（称它们为 $N_{+S'}$ 和 $N_{0S'}$）。

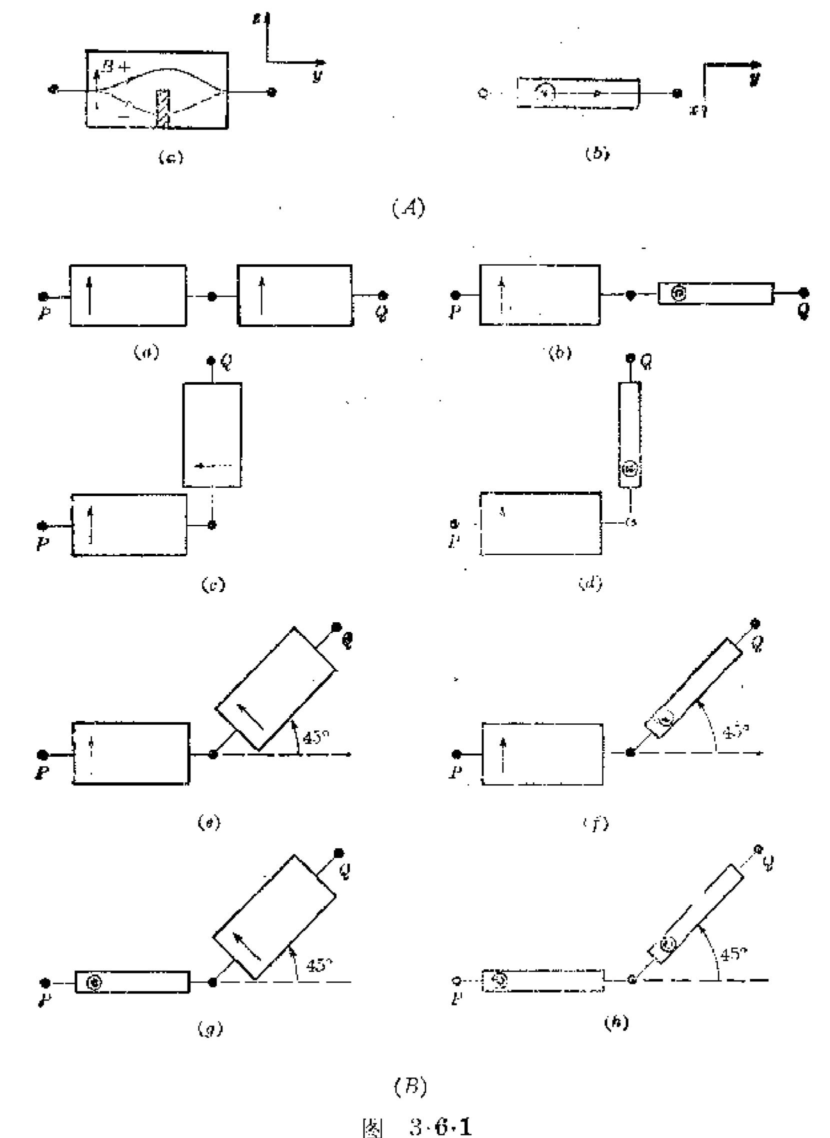
假设我们有一种透明探测器，将它放进 T 装置的"+"和"−"的粒子束中，这种探测器具有这样的性质：粒子通过它时能产生一种讯号而不改变粒子的自旋。此外，粒子的动量没有显著的变化，就是说：粒子通过 T 装置的轨道可以看作和探测器不存在时一样。

在 T 中的"+"态和"−"态粒子束中放着探测器（0态仍然关闭着）。如果从 S 射出的粒子总数为 N_0，对于 N_{+T} 和 N_{-T} 以及对于 $N_{+S'}$ 和 $N_{0S'}$ 记录的累计或然数是多少？实验后，若发现由于没有记录下探测器的讯号因而对 N_{+T} 和 N_{-T} 没有记录到累计数，在上述实验中 N_{+S} 的答案应怎样变化？如果每个探测器仅有 50% 的效率（即有 50% 的时间粒子对探测器不起作用）。对 $N_{+S'}$ 和 $N_{0S'}$ 的答案是什么？如果移去对 S 的"+"态和"−"态的档板，且有 N_0 个粒子射进 S，那么 $N_{+S'}$ 和 $N_{0S'}$ 应是什么（在 T 中的探测器也被取去。）？假定入射粒子束是非极化的。

第六章 自 旋 $\frac{1}{2}$

6-1

设想自旋为 $\frac{1}{2}$ 的原子被一套两个"改装"的史特恩-盖莱克装置滤过，如图 3·6·1 所示，



(c)　(b)

(A)

(a)　(b)　(c)　(d)　(e)　(f)　(g)　(h)

(B)

图 3·6·1

每个装置仅允许一束粒子通过。若有 N 个非极化的原子在P处射入，试求图 3·6·1(B) 中每种安排下达到 Q 的原子数。

6–2　自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子进入某装置时，具有几率幅为 a 和 b，分别对应于自旋沿 z 方向"向上"和"向下"。说明到达装置中任一给定点的几率必须取 $|aX+bY|^2$ 的形式。这里X和Y是表示装置特征的复数。在下列情况下，用 X、Y 表示的到达几率是什么？

a)　进入的粒子具有沿 z 轴(i)"向上"，(ii)"向下"的自旋；

b)　进入的粒子具有沿 x 轴(i)"向上"，(ii)"向下"的自旋；

c)　进入的粒子具有沿极角为 θ、φ 的"向上"的自旋。

有下列几种状况，可以认为入射粒子处于自旋无规态：

A)　在有些试验中粒子沿 z 轴自旋"向上"，而在另一些试验中自旋"向下"。这如同每次投掷一硬币来决定是"向上"还是"向下"一样。

B) 粒子是沿 x 轴"向上"或"向下"外，其他与 A)相同。

C) 每个粒子的自旋取某一 θ、φ 方向，而所有方向的选取是无规则的。(所以我们要对立体角 $\mathrm{Sin}\,\theta\, d\theta d\Phi/4\pi$ 取平均。)

试求上述每种无规则情况 A)、B)、C) 粒子到达装置的平均几率，并证明三者相等。

假定自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子出自一个小孔，粒子是在另一边按方法 A)、B)、C) 之一制备好。能否想出一种方法，从小孔的你这一面观察，可以说出实际上采用了方法 A)、B) 还是 C)。

6-3

图 3·6·2(a)

用于自旋 $\frac{1}{2}$ 的三个"改装"的史特恩-盖莱克装置 S、T 和 U 串联如图 3·6·2(a)。试用由 S 射出的粒子数 N_0 和类似 $\langle +T|+U\rangle$ 项表示由 U 射出的自旋 $\frac{1}{2}$ 的粒子数 N。

考虑以上同样装置，但取如图 3·6·2(b) 给出的 $\boldsymbol{B}$ 场的取向。即：

i) T 装置的 $\boldsymbol{B}$ 场旋转到与 S 装置的 $\boldsymbol{B}$ 场反平行。

ii) U 装置的 $\boldsymbol{B}$ 场方向旋转成与 z 轴成 θ 角。

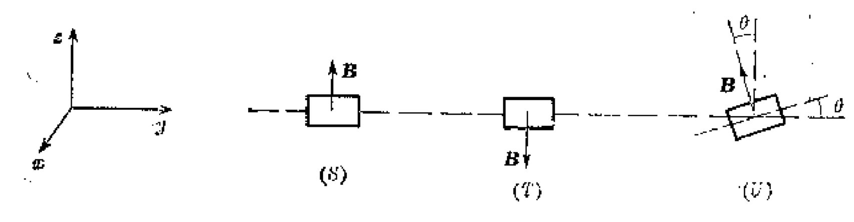


图 3·6·2(b)

a) 明确地求出 $\langle +T|-S\rangle$ 和 $\langle -T|-S\rangle$。

b) 作为一种练习，仅使用绕 z 和 y 轴旋转的变换表来求 $\langle +U|-S\rangle$ 的明确表达。

c) 求 b) 中答案在以下情况的极限形式。

i) $\theta=0°$； ii) $\theta=\pi$。

将 c) 中 $\theta=\pi$ 的答案与 a) 中 $\langle +T|-S\rangle$ 的答案相比较，并作出解释。

6-4 一块方解石将一束沿 z 方向传播的光分裂为对应于 x 轴偏振和 y 轴偏振的两束光。单个光子射进方解石 S 后，具有对应于 x 或 y 束的一定几率幅。正如史特恩-盖莱克装置那样，一块同样的方解石(反转放置)能使两束光再会合在一起。另一块方解石 T 的轴在 x-y 平面内可以有一倾角 θ，将光束分成 x'、y' 态或 xT 和 yT。根据偏振光的经典理论，求振幅 $\langle xT|xS\rangle$、$\langle yT|yS\rangle$ 等。这里确认在每种情况下由大量光子构成的光束强度符合经典的结果。由于不能使光静止，故仅考虑绕传播轴 z 的旋转。(绕其他轴的旋转可用对传播方向的效应而不是对偏振的效应来描述，这样，同是两重态体系的光和电子，在转换性质方面却是完全不同的。)

6-5 试求$\langle j|A|i\rangle$矩阵的四个元素，其中 i 和 j 代表光通过下列仪器元件的 x 和 y：

a) 一个 x、y 方解石分束器和遮挡了 y 轴光束的恢复器。

b) 一个方解石分束器和以 θ 角放置且遮挡了 y 光束的恢复器。

c) 偏振片定在 x 轴向透光。

d) 偏振片定在 x-y 平面内的 θ 轴向透光。

e) 一个 ny 方解石分束器和恢复器。恢复器在 x 轴光束上有一遮挡玻璃，使相位滞后 φ。

f) 一个 xy 方解石分束器和在两光束中带有相同玻璃片的恢复器。

g) 一个 xy 方解石分束器和以 45° 放置的恢复器，恢复器在 x 光束中有一玻璃片，使位相滞后 90°。

h) 四分之一波片。

i) 双折射材料放在 x 轴上(用厚度表示出普遍的公式)。

j) 偏振面向右旋转 θ 角的糖溶液。

k) 某一装置将光束分为 x、y 束，再将 x 束变到 y 的方向(让它通过糖水，旋转其偏振面 90°)并且将这两束光再次合在一起。

l) 说明你能用以上 k)中所述的装置能作永恒的运动。

6-6

某种核衰变中按照 β 衰变的理论(在这里核不变生角动量或宇称的变化，称为"费米允许")，具有速度为 v 沿 z 轴运动的一个电子具有自旋沿z"向上"的发射几率幅$\sqrt{1-\frac{v}{c}}\sin\theta/2$，同时还有自旋沿 z 轴"向下"的发射几率幅$\sqrt{1+\frac{v}{c}}\cos\frac{\theta}{2}$。($\theta$ 是反中微子发射方向偏离 z 的角。很凑巧，反中微子的自旋总是沿着它们运动的方向。)问：

图 3·6·3

a) 自旋沿 z 轴"向上"和"向下"的几率是多少？

b) 自旋在 $+x$ 方向和 $-x$ 方向的几率是多少(假定中微子在 x-z 平面内)？

c) 在 $\pm y$ 方向*的几率是多少？

d) 假若如通常那样，没有观察到中微子(对所有的反中微子方向取平均)，那么 a)的答案应是什么？

*注：严格地说，这是参照随电子运动的坐标系统，正好可用常规的几率幅叠加公式。

6-7 在上题中，对电子作一次洛伦兹(Lorentz)变换，将沿 z 方向速度为 v 的电子变为静止的电子。这并不改变沿这个轴"向上"或"向下"自旋的几率幅数值，(为什么可以这样？)但反中微子的表观方向当然要改变。试证明在上题中各种几率幅意味着电子的自旋与处在电子静止系统中的反中微子的自旋方向(反自旋)有相反的排列。(这种情况的发生是由于核不损失角动量。)

第七章 振幅对时间的相依关系

7-1 在 z 方向的磁场中自旋为 1 的粒子有三个态(标为 $+, 0, -$)，能量分别为 $+\mu B$、0、$-\mu B$。用量子力学证明在非均匀磁场中一束这样的粒子将分裂为三束，假定偏转很小，

求有关偏转量的定律(用场的线度、粒子的初始动量等来表示)，然后用量子力学来说明，这样一个粒子会发生"进动"(应用《费曼物理学讲义》(第三卷)§5-7中的系数，作出象§7-5那样的讨论)。试至少提出两种独立的用实验测量μ值的方法。

第八章　哈密顿矩阵

8-1　将自旋为二分之一、磁矩为μ的粒子束送入史特恩-盖莱克滤波器，这滤波器只能通过相对于z轴为$|+\rangle$态(自旋向上)的粒子。这些粒子随后用时间T通过平行于x轴的均匀磁场B_0，在离开均匀磁场后，粒子进入第二个史特恩-盖莱克滤波器，该滤波器只能通过相对于z轴为$|-\rangle$态(自旋向下)的粒子。设$\boldsymbol{\mu}$和$\boldsymbol{J}$平行。

a)　为了使所有粒子都能通过第二个滤波器，B_0的最小值应是多少？

b)　如果粒子仅用一半时间通过同一均匀磁场，那么粒子获得通过第二个滤波器的几率是多少？

8-2　将自旋为二分之一、磁矩为μ的粒子束送入史特恩-盖莱克滤波器，这滤波器只能通过相对于z轴为$|+\rangle$态(自旋向上)的粒子。这束粒子随后进入与z轴成45°角，且在x-z平面内的磁场中。经过时间T后，具有$J_x=\hbar/2$或$J_y=\hbar/2$粒子的几率是多少？仍设$\boldsymbol{\mu}$和$\boldsymbol{J}$平行。

8-3　自旋为1/2的粒子，在$t=0$时，自旋指向$+z$方向。粒子处于这样的装置中，使得单位时间内从正z态转到负z态的几率幅和从负z态转到正z态的几率幅相等，且都等于i乘上某一正常数$(A/\hbar)$，即$H_{12}=H_{21}=-A$。此外，$H_{11}=H_{22}$，并可取为零。

a)　在时刻T粒子处于$+z$态的几率是多少？

b)　求处在定态$+z$态和$-z$态二几率幅的两种组合。这些组合态的能量是多少？

c)　在任意时刻T都存在着一个轴，沿此轴自旋向上的几率是1。这个轴在什么方向？

d)　你能否想出一个具有这种效应的物理装置？

第九章　氨微波激射器

9-1　在《费曼物理学讲义》(第三卷)第九章中，曾计算过用微波照射氨分子时从态$|II\rangle$跃迁到态$|I\rangle$的几率；态$|II\rangle$的能量低于态$|I\rangle$的能量，因此相当于从微波辐射吸收能量。

进一步发展这些思想来求氨分子的受激发射几率。吸收几率与发射几率相比较如何？这个几率与《费曼物理学讲义》第一卷、第四十二章中所定义的爱因斯坦系数A和B有何关系？求氨分子的自发辐射率。

9-2　使水样品中的质子(磁矩为μ)处于均匀磁场中。虽然磁场B的大小不变，它的方向在核磁共振(NMR)实验中是随着时间变化的：

$$B_x=B\sin\theta\cdot\cos\omega t$$

$$B_y=-B\sin\theta\cdot\sin\omega t$$

$$B_z=B\cos\theta$$

初始时$(t=0)$已知质子的自旋沿着磁场方向，处于$+\frac{1}{2}$态中。设在球坐标系中此方向

与 z 轴夹角为 θ，且很小。问共振时 ω 应为何值？对于共振 ω，粒子在时刻 t 具有沿 z 轴自旋向下的几率是多少？

第十章　其他双态系统

10-1　将一个自旋为 1/2 的粒子放在一个强磁场 B_0 中。一个比 B_0 弱得多的振荡磁场 $2B_n\cos\omega t$ 加在与 B_0 垂直的方向上。如果初始时粒子的自旋处于与 B_0 相反的方向上，那么在时间 T 以后，具有自旋与 B_0 平行的几率是多少？

第十一章　再论双态系统

11-1　证明泡利(Pauli)自旋矩阵可以看作是矢量 $\boldsymbol{\sigma}$ 的分量，$\boldsymbol{\sigma}$ 服从下列规则：

$$\boldsymbol{\sigma}\times\boldsymbol{\sigma}=2i\boldsymbol{\sigma}$$

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\sigma}=3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

求　σ_x、σ_y、σ_z。

11-2　二氧化碳是一种线性分子(OCO)，易于攫取一个额外电子变成一个负离子。设想电子附于任一氧原子时具有能量 E_0，附于碳原子时具有能量 E_c。但这些能量都不是稳态所要求的能量，因为电子在一个氧原子和碳原子之间的跳跃有一个小的几率。(假设从氧到氧直接跳跃的几率可以忽略。)

a)　求用 E_0、E_c 和另一参数表示的 CO_2 离子的可能能级。

b)　在能量 E_0 和 E_c 相等的情况下，给出每一稳态的物理描述。

11-3　在甲烷分子中，四个氢原子处于四面体的四个顶角上，而一个碳原子在四面体的中心。在甲烷离子中，在四个键之一上缺少一个电子，因此留下一个"空穴"，这空穴能从任一个 H 原子"跳"到另一个 H 原子。这是一个四态系统的例子。利用对称性的因素把不同哈密顿(Hamilton)矩阵元的数目减至最小，并预言从甲烷离子的电子结构能观察到的不同的能级数。忽略原子转动和振动的相互作用。尽可能用最少的矩阵元来表示能级的间距。

11-4　考虑间距相等围成一圈的六个原子，如图 3·11·1 所示。加一额外电子，并定义基态为 $|1\rangle$，$|2\rangle$，…，$|6\rangle$，其中 $|1\rangle$ 表示电子是在原子 1 上，$|2\rangle$ 表示它是在原子 2 上，等等。假定这额外电子在从任一原子跳到两最邻近原子中的任一个上时，具有确定的几率幅，而跳到较远的原子的几率幅为零。

1
6　2
5　3
4

图　3·11·1

证明：若几率幅 $C_i=\langle i|I\rangle$，
式中 $|i\rangle$ 是第 i 基态，均等于 $(1/\sqrt{6})\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_It\right)$。

则 $|I\rangle$ 是稳态，并求 E_I。另外，还有多少稳态？

可以证明，若 ψ 是稳态，只要适当选择 δ，则诸几率幅

$$C_i=\langle i|\psi\rangle$$

以下述方式相联系：

$$C_2 = C_1 e^{i\delta}$$
$$C_3 = C_2 e^{i\delta}$$
$$C_4 = C_3 e^{i\delta}$$
$$C_5 = C_4 e^{i\delta}$$
$$C_6 = C_5 e^{i\delta}$$

问 δ 有哪些容许值？画出此系统的能级图，并给出能级间隔。

11-5　一个分子由三个位于等边三角形三个顶角上的相同原子组成。在这个分子的负离子中，附加的电子能够从三个原子中的任一个跳到另一个。

a)　令从任一原子跳到另一原子的哈密顿矩阵元等于 $-A$，计算这个分子离子的能级间隔。

b)　将一电场加到离子上，电场在离子平面内，并指向一个顶点，如图 3·11·2 所示。若场强使处于该顶点的电子的势能比在另外两顶点上的势能增高 $\epsilon A = 0.01\,A$，则能级间隔以什么方式变化？变化多少？

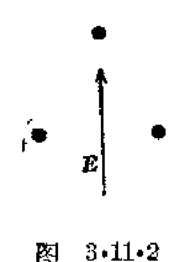


图　3·11·2

第十二章　氢的超精细分裂

12-1　将氢原子放在数量级为 10^{-5}G(10^{-9}T)的星际空间磁场中，放在磁场大约为 1/2G(5×10^{-5}T)的地球表面上和放在实验室所能产生的最强磁场[即约为100,000G(10T)]中。分别计算氢原子 $j=1$ 能级的分裂裂距。将你的结果用频率和波长表示出来。

第十三章　在晶体点阵中的传播

13-1　考虑具有等间距 b 的无限长原子序列，并假设一个电子能以具有不同能量 E_i 和 E_j 的两种组态 i 和 j 附于任一给定原子上，即假设有一适当的基态组：

$$\left.\begin{matrix}\text{原子 } x_n \text{ 上的电}\\ \text{子处于 } i \text{ 组态}\end{matrix}\right\rangle = |x_n, i\rangle$$

$$\left.\begin{matrix}\text{原子 } x_n \text{ 上的电}\\ \text{子处于 } j \text{ 组态}\end{matrix}\right\rangle = |x_n, j\rangle$$

进一步假设电子能从一个原子跳到与它最邻近的原子上，其几率幅是：

$$-\frac{A_{ii}}{i\hbar}, \text{从} \quad |x_n, i\rangle \quad \text{到} \quad |x_{n+1}, i\rangle \quad \text{或} \quad |x_{n-1}, i\rangle$$

$$-\frac{A_{jj}}{i\hbar}, \text{从} \quad |x_n, j\rangle \quad \text{到} \quad |x_{n+1}, j\rangle \quad \text{或} \quad |x_{n-1}, j\rangle$$

$$-\frac{A_{ji}}{i\hbar}，\text{从}\quad |x_n, i\rangle \quad \text{到} \quad |x_{n+1}, j\rangle \quad \text{或} \quad |x_{n-1}, j\rangle$$

$$-\frac{A_{ij}}{i\hbar}，\text{从}\quad |x_n, j\rangle \quad \text{到} \quad |x_{n+1}, i\rangle \quad \text{或} \quad |x_{n-1}, i\rangle$$

考虑当 $A_{ij}=A_{ji}=-A$ 和 $A_{jj}=A_{ii}=-B$ 时的情况。依照《费曼物理学讲义》(第三卷)第十三章中所述的步骤，求该系统能量的容许值。描述在 $|E_i-E_j|\ll 2B$ 和 $|E_i-E_j|\gg 2B$ 情况下的能带结构。用《讲义》第十三章中求得的解检验你的答案。

13-2　考虑由"a"型和"b"型两种原子组成的无限长序列如图 3·13·1 所示。

ⓐ	ⓑ	ⓐ	ⓑ	ⓐ	ⓑ	ⓐ	ⓑ	ⓐ
$n-2$	$n-2$	$n-1$	$n-1$	n	n	$n+1$	$n+1$	$n+2$

图　3·13·1

设在第 n 个"a"型原子上找到电子的振幅是 C_n^a，而在第 n 个"b"型原子上找到电子的振幅是 C_n^b。假设"a"原子上电子的能量是 $E_0+\Delta E$，而"b"原子上电子的能量是 $E_0-\Delta E$；再假设跳向最邻近原子的哈密顿矩阵元等于 $-A$，原子间距是 b。

计算并粗略画出作为 k 的函数的稳态能量(对一给定的 k 值有两个能量)，为了使每个态仅出现一次，你对电子波数 k 应如何限制?

13-3　来自杂质的散射：参阅《费曼物理学讲义》(第三卷)第十三章中的例子，让处于 $n=0$ 的原子是不同的。设 $H_{00}=E_0$，

$$H_{01}=H_{10}=H_{0(-1)}=H_{(-1)0}=-B。$$

式中 $B\neq A$。求 f 和 g，并证明：

$$|f|^2+|1+g|^2=1$$

13-4　对于上题和《费曼物理学讲义》(第三卷)第十三章中的例子，都有 $f=g$。容易证明在二者结合的一般情况下 $f=g$ 也是正确的。因此，对于一维情况下的一般散射，"粒子数守恒"给出：

$$|f|^2+|1+f|^2=1$$

a)　证明这就要求 $\mathrm{Re}\left(\frac{f}{1+f}\right)=0$。

b)　证明 f 可以写为 $f=ie^{i\eta}\cdot\sin\eta$，式中 η 是实数。量 η 叫做"散射相移"，它给出散射波的位相和幅度。(在三维情况下和一维情况下是同样正确的)。

13-5　考虑一个分界面的一维模拟，一无限晶体的性质在此分界面处发生变化：

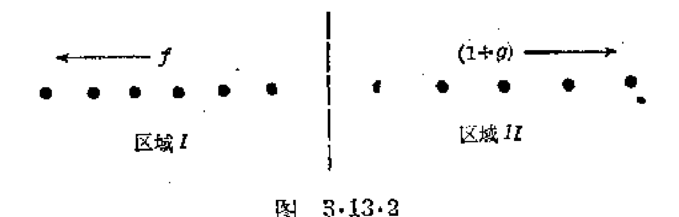


图　3·13·2

和《讲义》第十三章中一样，设粒子从左边射入。在区域 I 中有参数 E_0、$-A$、b；在区域 II 中，有 E_0'、$-A'$ 和 b'。应用于分界面两边的两个原子之间的类似于 A 与 A' 的几率幅是 B(假设 A、A'、B 都是实数)。

a)　证明在 $n=0$ 和 $n=+1$ 原子之间的界面上

$$(1+g)=\frac{B}{A'}(1+f)$$

b) 求用 A、A'、B、kb, $k'b'$ 表示的 f。

如果 $k'b'$ 是虚数，证明 $|f|=1$。这表示什么物理意义？

[$(E-E_0')$ 为何值时，产生全反射？]

c) 证明下面的表达式，进而证明粒子数守恒。

$$|f|^2+|1+g|^2\frac{(V_g'/b')}{(V_g/b)}=1$$

式中 V_g 和 V_g' 是两区域中的群速度。你能解释 $|1+g|^2$ 的倍乘因子吗？

第十四章　半　导　体

14-1　下面是作回旋共振实验的示意图。

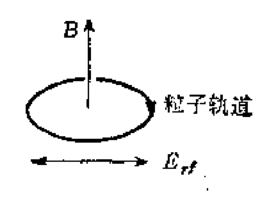


图　3·14·1

$B=B_0$, z 方向上的静磁场。

$E_{rf}=E_0\cos\omega t$, 沿 x 轴方向。

在回旋共振频率 ω_c 处的共振是根据从 E_{rf} 场吸收功率的变化而测定的。考虑在均匀磁场中粒子的轨道，得

$$\omega_0=\frac{qB}{m^*}$$

式中 m^* 是有效质量。假设自始至终 m^* 与粒子运动的方向无关。

在半导体中电子(或空穴)的运动方程为

$$m^*\left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}+\frac{1}{\tau}\boldsymbol{v}\right)=q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

式中 τ 是连续两次碰撞间的平均时间。(见原《讲义》第二卷，第三十二章第1节和第6节)。设 $v_x=v_0e^{i\omega t}$ 和 $E_x=E_0e^{i\omega t}$ 求证：

$$\frac{v_x}{E_x}=\frac{q\tau}{m^*}\left[\frac{1+i\omega\tau}{1+(\omega_c^2-\omega^2)\tau^2+2i\omega\tau}\right]$$

吸收功率与 $\mathrm{Re}[v_x/E_x]$ 成正比，为什么？叙述怎样从回旋共振数据得到 τ 和 m^*。注意，共振的测定要求 $\omega_c\tau>1$，这表示什么物理意义？

14-2　如果不加外电压，在典型的"p-n"结(如二极管)内，空穴的能级图如图 3·14·2(a)所示。在平衡状态，从 n 区扩散到 p 区的"热生"空穴电流 I_g，刚好等于从 p 区到 n 区的空穴"复合"电流 I_r。

如果加一"反向偏压"，能级图如图 3·14·2(b)所示。如加一"正向偏压"，能级图变成如图 3·14·2(c)所示。

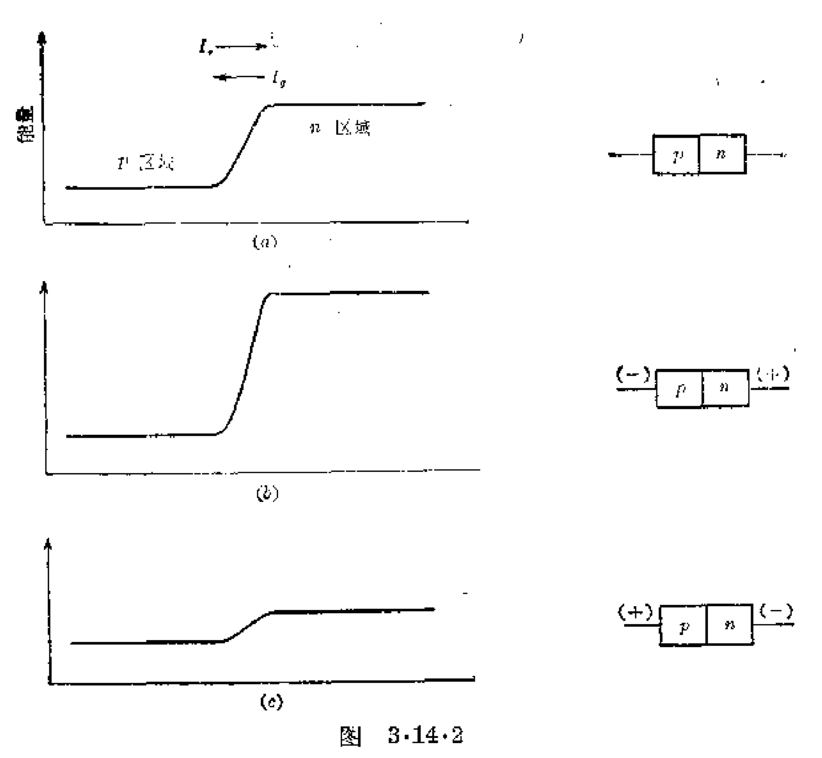


图 3·14·2

首先考虑平衡时的电流，然后考虑在偏压下的电流，证明净空穴电流具有如下形式：

$$I(\text{空穴})=I_g\left(e^{\frac{qV}{kT}}-1\right)$$

总电流的关系式是什么？（V 是加在结上的电压）。

第十五章　独立粒子近似法

15-1　丁二烯的分子结构式可表示为

$$\begin{array}{c}\quad\ \ \mathrm{H}\quad\ \mathrm{H}\\ \quad\quad\ |\quad\ \ |\\ \mathrm{H_2C{=}C{-}C{=}CH_2}\end{array}$$

如果我们移去（理论上）双键上的四个电子，然后再分别将它们加上去，就可以按照独立粒子模型来处理。

明确地说，我们可以考虑一个具有一般能量 E_0 和哈密顿矩阵元 $-A$ 的四穴系统。设 $A=1\,\mathrm{eV}$，问当丁二烯分子由第一激发态跃迁到基态时，发射波长为多少的辐射波？

在单电离的丁二烯分子中，只有三个电子出现在双键上，你说说这些电子是怎样在分子中分布的？

15-2　用分子轨道理论（独立粒子的近似）来计算图 3·15·1 所示 (a) 和 (b) 两组态间的能量差，从而估计一下破坏苯环所需要的能量。利用从苯的第一激发态跃迁到基态产生大约为 2000Å（200 nm）波长的辐射这个事实，将所求答案用每分子电子伏来表示。

15-3　在很低温度下的铁磁材料可以按照《费曼物理学讲义》（第三卷）第十五章中讨论自旋波的类似方法进行讨论。特别是对具有能量

$$E_K\approx K^2b^2A$$

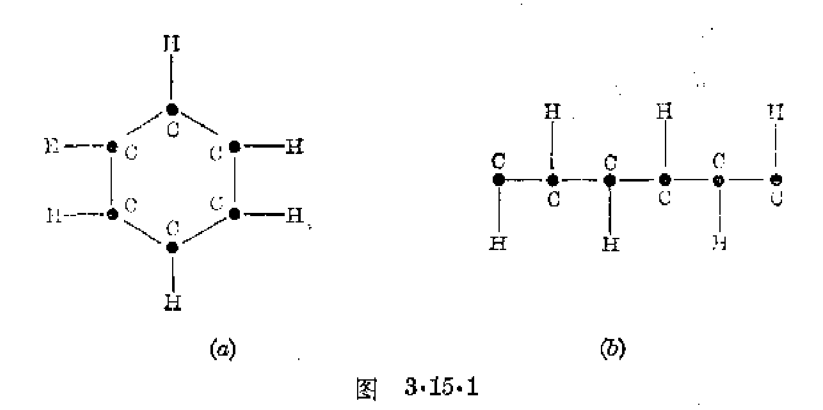


图 3·15·1

的任一模式 K，存在一个基于热力学的几率分布，按此分布可以找到铁磁体中有 0 个、1 个、2 个、3 个等等自旋朝下的几率。在零度时，铁磁体内所有的自旋均朝上。证明具有自旋朝下的平均原子数与

$$1/(e^{E_K/KT}-1)$$

成正比。如果把这个思想推广到三维，则

$$E_K \approx Ab^2(K_x^2+K_y^2+K_z^2)$$

并且单位体积内自旋朝下的总数由下式给出

$$\frac{\text{自旋向下的数目}}{\text{体　积}}=\int \frac{\mathrm{d}^3K/(2\pi)^3}{e^{E_K/KT}-1}$$

说明为什么是这样?

在 T 趋于零的极限情况下，磁化强度趋于饱和磁化强度 M_{sat}。证明在低温下，磁化强度与饱和磁化强度的比可以写为

$$\begin{aligned}\frac{M}{M_{sat.}}&=1-\text{常数}\,T^{3/2}\\&=1-\left(\frac{KT}{4\pi A}\right)^{3/2}\left[\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{x^2\mathrm{d}x}{e^{x^2}-1}\right]\end{aligned}$$

将被积函数展开成级数，计算积分值。

第十六章　振幅对位置的依赖关系

16-1　考虑质量为 m 的粒子处于一维方势阱(如图 3·16·1 所示)

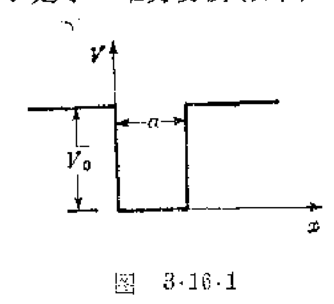


图 3·16·1

中的运动，其中

$$V=V_0, \qquad x<0 \text{ 或 } x>a$$

$$V=0, \qquad 0<x<a$$

为了简单起见，设 $V_0 \to \infty$。

a) 对于具有最低能量 E_0 的定态

$$\psi_0(x,\ t)=u_0(x)e^{-iE_0t/\hbar}$$

刚到势阱之外(即在 $x=-\epsilon$ 或 $x=a+\epsilon$ 处)，就必有 $u_0(x)=0$，为什么?

b) 在 a)中所述的条件下，解势阱内的薛定谔方程。画出 $u_0(x)$ 草图。并求 E_0($u_0(x)$ 不需归一化)。

c) 求最低态和第一激发态间的能量差。

d) 对于最低态，粗略画出在 dp 范围内，找到具有动量 p 的粒子的几率分布图。不需要准确的积分，不考虑归一化。但一定要沿动量轴标出刻度。

16-2 考虑质量为 m 的粒子在下述一维势阱中的运动(见图 3·16·2)。

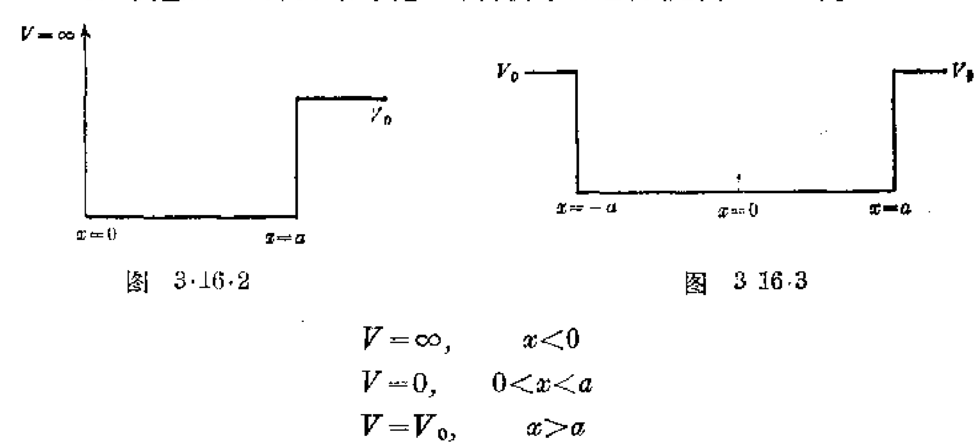


图 3·16·2 图 3·16·3

$$V=\infty, \qquad x<0$$
$$V=0, \qquad 0<x<a$$
$$V=V_0, \qquad x>a$$

a) 在这个势阱中的粒子的基态能量与在 $V_0 \to \infty$ 势阱中的粒子的基态能量偏离 10% 的情况下，求 V_0 值。

b) 设 V_0 等于 a)中所求的值，对于下述势阱(见图 3·16·3)

$$V=V_0, \qquad x<-a$$
$$V=0, \qquad -a<x<a$$
$$V=V_0, \qquad x>a$$

不用详细计算，给出这个势阱内第一激发态的能量。

16-3 考虑一个质量为 m 的粒子处于矩形势阱

$$V=V_0, \qquad |x|>a$$
$$V=0, \qquad |x|<a$$

中的一维问题。

证明：当要求波函数是薛定谔方程的解，并满足所需边界条件时，可得到以下两个方程：

$$\alpha \operatorname{ctg} \alpha_a=-\beta$$

或

$$\alpha \operatorname{tg} \alpha_a=+\beta$$

式中：

$$\alpha=+\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}},\ \beta=+\left[\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}}。$$

如果 $V_0a^2=4\hbar^2/2m$，估算基态和第一激发态的能量值。画出这些态的波函数草图。如果 $V_0a^2<\frac{\pi^2\hbar^2}{8m}$，有多少束缚态?

16-4　在《费曼物理学讲义》(第三卷)第十六章中，已求得与高斯型波函数相联系的动量扩展。在一般情况下，空间宽度并不保持恒定，而是随时间而扩展：

$$\phi(x)=Ke^{-[a(t)x^2+c(t)]}$$

利用薛定谔方程，证明对一自由粒子

$$\frac{1}{a(t)}=\frac{1}{a_0}+\frac{2i\hbar}{m}t$$

$c(t)$是什么？如果波函数描述一个在开始时限制在 1Å 宽区域内的电子，那么在 1 秒后将扩展到多宽？

把波函数变换到动量空间，即可求得找到具有一定动量 p 的粒子的几率。问动量几率函数的宽度如何随时间而变化？证明求得的动量扩展是和直接由空间波函数对时间的依赖关系所求得的"速度扩展"相一致。

第十八章　角　动　量

18-1　一原子的某一确定激发态具有自旋 1，并能以发射光子的形式损失能量而进入自旋为零的态。有一激发原子沿 z 轴的角动量分量是零。并令 $A(\theta)$ 为在与 z 轴成 θ 角方向上的一小立体角 $\Delta\Omega$ 内发射一个右旋(right-hand-circularly polarized)光子的几率幅。问 $A(\theta)$ 如何依赖于 θ？

18-2　一个自旋为 1/2 的偶宇称粒子 X 按下式衰变

$$X\to Y+\gamma$$

式中 Y 是一个自旋为 1/2 的偶宇称粒子。如果 X 是沿 $+z$ 轴自旋朝上被极化，衰变的最终产物将以下述八种方式沿 z 轴运动。

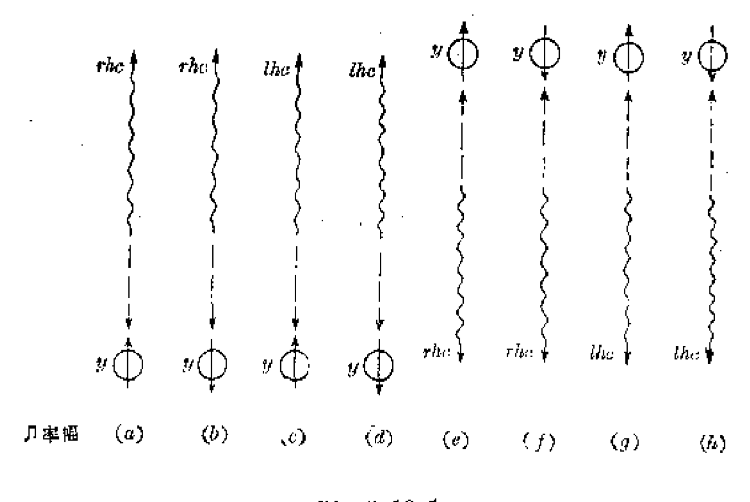


图　3·18·1

图 3·18·1 中，⌇ 表示一个向上运动的光子，Y 上的箭头表示它的自旋方向，rhc 表示右旋光子，lhc 表示左旋光子。

a)　这些末态的几率幅标在图下，哪些几率幅必定是零？

b)　当沿 z 轴朝上极化的一群 X 粒子衰变时，计算自旋沿其运动方向被极化的 Y 粒子的角分布。

c) 当沿 z 轴朝上极化的一群 X 粒子衰变时，不管它们的极化情况，计算所有 Y 粒子的角分布。

d) 经过仔细的实验观测，这个衰变未显示出与均匀角分布有任何偏离，其物理原因可能是什么？

18-3
$$\gamma+P \longrightarrow P^* \longrightarrow P+\pi^\circ$$
在加州理工学院(CIT)同步加速器上，常常研究以上的反应。在这个反应中，P^* 是质子的一个激发态，它衰变成一个质子和 π°。在光子能量的某一范围内，P^* 具有总角动量 $j=3/2$。

设一束右旋光子沿 $+z$ 轴方向入射到非极化的质子上，这些光子的能量刚好足以产生 $j=3/2$ 的 P^*。可如下分析这个反应的角分布：

光子加质子，形成 $|j=3/2,\ m=+1/2\rangle$ 态的 P^* 几率幅为 a；形成 $\left|\frac{3}{2},\ +\frac{3}{2}\right\rangle$ 态的 P^* 几率幅为 b。

质子的激发态 P^* 衰变成一个自旋为零的中性 π 介子和一个沿相反方向运动的质子。设 f 是质子沿 $+z$ 轴运动自旋朝上的几率幅，g 是质子沿 $+z$ 轴运动自旋朝下的几率幅。

解释为什么对于 P^*，只有 $m=+3/2$ 和 $m=+1/2$ 是容许的，为什么对于末态只有 $m'=+1/2$ 和 $m'=-1/2$ 是容许的。(m' 相对于发射方向)。设 $f=g$，预言用 a、b 和 θ 表示的 π° 介子角分布。

18-4 考虑非极化质子靶对 π^+ 介子的弹性散射(介子自旋是零；宇称是守恒的)。假设散射由下述过程决定，质子吸收介子，激发到 $j=3/2$ 态 ($j=\frac{3}{2}$ 是由质子自旋和介子-质子轨道角动量的耦合得到的)。随后介子被重新发射出来而质子返回它的基态。

证明此假说预言散射介子的角分布与 $(1+3\cos^2\theta)$ 成正比。

18-5 一个原子的基态有零自旋和偶宇称。第一激发态有自旋为 $+1$ 和未知宇称。假设给出一些第一激发态的原子，都在 z 方向上有 $m=+1$，并考虑跃迁到基态所发射的光子。

a) 如果光子的探测不涉及它们的偏振情况，研究一下它们的角分布是否可用来决定第一激发态的宇称？

b) 证明 x' 和 y' 偏振光子的角分布的测定能决定未知宇称。(选取 z' 轴沿发射光子的方向，并在 x-z 平面内。)

附 录 A

单位和量纲

单位和量纲	符　号	数　值	附　注
质量 [M]			
公斤	kg	1kg	SI质量单位
吨	t	10^3kg	
克	g	10^{-3}kg	CGS质量单位
毫克	mg	10^{-6}kg	
磅	lb	0.4536kg	
长度 [L]			
米	m	1m	SI长度单位
厘米	cm	10^{-2}m	CGS长度单位
毫米	mm	10^{-3}m	
微米	μm	10^{-6}m	
埃	Å	10^{-10}m	
公里	km	10^3m	
英寸　(吋)	in	2.54cm	
英尺　(呎)	ft	0.30480m	
英里　(哩)	mi	1.6093km	
海里		1.852km	
天文单位	A.	1.497×10^8km	太阳到地球的距离
光年	l.y	9.5×10^{12}km	
秒差距	PC	206265A.U	3.26l.y 或 31×10^{12} km
时间 [T]			
秒	s	1s	SI、CGS 时间单位
毫秒	ms	10^{-3}s	
微秒	μs	10^{-6}s	
毫微秒	ns	10^{-9}s	
分	^{m} 或 min	60s	^{m}用上标 $1^m=60^s$
小时	^{h} 或 hr	3600s	^{h}用上标 $1^h=60^m$
日　(太阳)	^{d} 或 d	8.64×10^4s	^{d}用上标 $1^d=86400^s$
年	^{y} 或 y	3.16×10^7s	^{y}用上标 $1^y=365.25^d$
电流 [I]			
安培	A	1A	SI 电流单位
毫安	mA	10^{-3}A	
微安	μA	10^{-6}A	
速度 [LT^{-1}]			
米·秒$^{-1}$	m·s^{-1}	1m·s^{-1}	SI、MKSA单位
英里·时$^{-1}$	mi·hr^{-1}	22/15ft·s^{-1}	
转速 [T^{-1}]			
弧度·秒$^{-1}$	rad·s^{-1}	1rad·s^{-1}	SI 转速单位
弧度·分$^{-1}$	rad·min^{-1}	1/60rad·s^{-1}	
转·分$^{-1}$	rpm	2π/60rad·s^{-1}	

（续表）

单位和量纲	符　号	数　值	附　　注
加速度　[LT^{-2}]			
米·秒$^{-2}$	$m\cdot s^{-2}$	$1m\cdot s^{-2}$	SI、MKSA 单位
力　[MLT^{-2}]			
牛顿	N	$1kg\cdot m\cdot s^{-2}$	S I 力单位
达因	dyn	$10^{-5}N$	C G S 力单位
压力　[$ML^{-1}T^{-2}$]			
牛·米$^{-2}$(帕)	$N\cdot m^{-2}$	$1Nm^{-2}$	S I 压力单位
大气压	atm	$1.013\times10^{5}Nm^{-2}$	
磅·英寸$^{-2}$	$lb\cdot in^{-2}$	$6.8947\times10^{3}Nm^{-2}$	
毫米汞高	mmHg	$1.33\times10^{2}Nm^{-2}$	
厘米汞高	cmHg	$1.33\times10^{3}Nm^{-2}$	
能量、功　[$ML^{2}T^{-2}$]			
焦耳	J	$1kg\cdot m^{2}\cdot s^{-2}$	SI、MKSA 单位
尔格	erg	$1\times10^{-7}J$	CGS 单位
瓦·时	$W\cdot h$	3600J	
卡	cal	4.18605J	
千卡	kcal	$4.18605\times10^{3}J$	
电子伏	eV	$1.602\times10^{-19}J$	
兆电子伏	MeV	$1.602\times10^{-13}J$	
千兆电子伏	GeV	$1.602\times10^{-10}J$	
焦耳·摩尔$^{-1}$	$J\cdot mol^{-1}$	$1.03641\times10^{-5}eV$	
电子伏·原子$^{-1}$	$eV\cdot atom^{-1}$	$1eV\cdot atom^{-1}$	
燃烧值　[$L^{2}T^{-2}$]			
焦耳·公斤$^{-1}$	$J\cdot kg^{-1}$	$1J\cdot kg^{-1}$	S I 燃烧值单位
动量、冲量　[MLT^{-1}]			
公斤·米·秒$^{-1}$	$kg\cdot m\cdot s^{-1}$	$1N\cdot s$	S I、MKSA 单位
转动惯量　[ML^{2}]			
公斤·米^{2}	$kg\cdot m^{2}$	$1kg\cdot m^{2}$	S I 单位
功率　[$ML^{2}T^{-3}$]			
瓦特	W	$1J\cdot s^{-1}$	SI、MKSA 单位
马力	hp	735W	
能量通量密度　[MT^{-3}]			
瓦·米$^{-2}$	$W\cdot m^{-2}$	$1W\cdot m^{-2}$	S I 单位
电荷　[IT]			
库仑	C	$1A\cdot s$	S I、MKSA 单位
电子电荷	e	$1.602\times10^{-19}C$	
电位(电势)　[$ML^{2}T^{-3}I^{-1}$]			
伏特	V	$1J\cdot C^{-1}$	S I、MKSA 单位
毫伏	mV	$1\times10^{-3}V$	
微伏	μV	$1\times10^{-6}V$	
电阻　[$ML^{2}T^{-3}I^{-2}$]			
欧姆	Ω	$1V\cdot A^{-1}$	SI、MKSA单位

（续表）

单位和量纲	符　　号	数　　值	附　　　　注
千欧姆	kΩ	10^3Ω	
兆欧姆	MΩ	10^6Ω	
电感　[$ML^2T^{-2}I^{-2}$]			
亨利	H	1VSA^{-1}	SI、MKSA 单位
毫亨	mH	10^{-3}H	
微亨	μH	10^{-6}H	
电容　[$M^{-1}L^{-2}T^4I^2$]			
法拉	F	1C·V^{-1}	SI、MKSA单位
微法拉	μF	10^{-6}F	
微微法拉	pF 或 $\mu\mu$F	10^{-12}F	
电场强度　[$MLT^{-3}I^{-1}$]			
伏特·米$^{-1}$	V·m^{-1}	1N·C^{-1}	SI、MKSA 单位
磁感强度　[$MT^{-2}I^{-1}$]			
韦伯·米$^{-2}$(特斯拉)	Wb·m^{-2}(T)	1N·m^{-1}·s·C^{-1}	SI、MKSA 单位
高斯	G	10^{-4}Wb·m^{-2}	
加马	γ	10^{-5}G	

附 录 B

I. 物理常数和数值(近似值)：

参考：C. W. Allen 天文物理学数量，Athlone 出版 1963；E. R. Cohen, Nuovo Cimento, 增刊 X 集，VI 卷 1957，今日物理学， 卷 17，第二期，1964。

1. 天文物理和地球物理：

太阳：	
质量($m_{太}$)	1.99×10^{30} kg $=3.33\times10^{5}m_{地}$
赤道半径	6.96×10^{8}m
平均密度	1.41g·cm^{-3}
地球：	
质量($m_{地}$)	5.98×10^{24} kg
赤道半径	6.38×10^{6}m
平均密度	5.52g·cm^{-3}
角速度	7.29×10^{-5}rad·s^{-1}
平均轨道速率	29.77km·s^{-1}
陆地面积	1.48×10^{14}m$^{2}\approx$表面积的 29%
海洋面积	3.63×10^{14}m$^{2}\approx$表面积的 71%
平均海洋深度	3770m
月球：	
质量($m_{月}$)	7.34×10^{22}kg $=1/81.31m_{地}$
赤道半径	1.74×10^{6}m
平均密度	3.34g·cm^{-3}
太阳-地球距离：	
平均值	1.50×10^{11}m $=1$A.U.(天文单位)
r_p	1.47×10^{11}m
r_A	1.52×10^{11}m
地球-月球距离：	
平均值	3.84×10^{8}m
r_p	3.63×10^{8}m
r_A	4.06×10^{8}m
光速	$c=2.9979\times10^{8}$m·s^{-1}
万有引力常数	$G=6.670\times10^{-11}$N·m^{2}·kg^{-2}
在 1 天文单位处的太阳常数	1374 W·m^{-2}
重力加速度	$g=9.81$m·s^{-2}(在地球表面，随着纬度和高

度变化。)

2. 原子和原子核

普朗克常数	$h=6.626\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$
	$=4.135\times10^{-15}\mathrm{eV\cdot s}$
	$\hbar=\dfrac{h}{2\pi}=1.0544\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$
	$=6.58\times10^{-16}\mathrm{eV\cdot s}$
玻尔半径	$a_0=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e q_e^2}=\dfrac{\hbar^2}{m_e e^2}$
	$=5.29\times10^{-9}\mathrm{cm}=0.529\,\mathrm{\AA}$
经典电子半径	$r_0=\dfrac{e^2}{m_e c^2}=\alpha^2 a_0$
	$=2.82\times10^{-15}\mathrm{m}$
精细结构常数	$\alpha=\dfrac{e^2}{\hbar c}=\dfrac{1}{137}$
$-E_0$(氢) $=\dfrac{e^2}{2a_0}$	13.6eV
核的"半径"	$\approx1.3\times10^{-13}A^{\frac{1}{3}}\mathrm{cm}$
	$\approx1.3\times10^{-5}A^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{\AA}$
原子的"半径"	$\approx1\,\mathrm{\AA}$
分子的"半径"	$\approx1.5\,\mathrm{\AA}$
电子的静止质量	$m_e=9.11\times10^{-31}\mathrm{kg}$
	$m_e c^2=0.51\,\mathrm{MeV}$
质子的静止质量	$m_p=1.67252\times10^{-27}\mathrm{kg}=1836\,m_e$
	$m_p c^2=938.26\,\mathrm{MeV}$
中子的静止质量	$m_n=1.67482\times10^{-27}\mathrm{kg}$
	$m_n c^2=939.55\,\mathrm{MeV}$
原子的质量单位	$1\mathrm{amu}=1.66\times10^{-27}\mathrm{kg}$
$\left(=C^{12}\text{质量的}\dfrac{1}{12}\right)$	$(1\mathrm{amu})\times c^2=931\,\mathrm{MeV}$
自由电子的散射截面	$\dfrac{8\pi}{3}r_0^2=6.65\times10^{-29}\mathrm{m}^2$

3. 宏观的

ε_0	$8.854\times10^{-12}\mathrm{Fm^{-1}}$
$1/4\pi\varepsilon_0$	$9.00\times10^{9}\mathrm{mF^{-1}}$
μ_0	$4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{Hm^{-1}}$
$\mu_0\varepsilon_0 c^2$	1
$1/\varepsilon_0 c$	$377\,\Omega$
黄铜的电阻率	$\approx10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{cm}$
折射率	
$n_{水}$	1.33
$n_{玻璃}$	≈1.5

$n_{空气}$	1.0003
声速(在标准状态下的空气中)	$331 m\cdot s^{-1}$
标准大气压	$1 atm = 1.013\times10^5 N m^{-2} = 760 mm Hg$ $\approx 14.7 lbs in^{-2}$
水的密度(20℃)	$1.00\times10^3 kg m^{-3}$
阿佛加德罗(Avogadro)常数	$N_0 = 6.025\times10^{23}$ 个分子/摩尔
玻尔兹曼(Boltzmann)常数	$K = 1.38\times10^{-23} JK^{-1}$ $= 8.62\times10^{-5} eVK^{-1}$
气体常数	$R = 8.31 J/g\cdot mole K$
在标准状态下的克分子体积	$22.41\times10^3 cm^3/mole$
斯特藩-玻尔兹曼常数	$\sigma = \frac{\pi^2 K^4}{60\hbar^3 c^2} = 5.67\times10^{-8} W/m^2 (K)^4$
对 $T = 11600 K$	$KT = 1 eV$
在室温下	$KT \approx \frac{1}{40} eV$

$1 eV/atom = 9.652\times10^4 J/mole$
$= 23.1 Kcal/mole$

II. 常数值:

$1^\circ = 1.745\times10^{-2} rad$

$1' = 2.9089\times10^{-4} rad$

$1'' = 4.8481\times10^{-6} rad$

$e = 2.71828\cdots\cdots$

$\pi = 3.14159\cdots\cdots$

$\log_{10} e = 0.434$

$\ln 2 = 0.693$

第一卷答案

第一章

B-3 a) $n_g \sim 10^{19}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $n_L \sim 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$;
b) $m \sim 10^{-23}\,\mathrm{g}$; c) $l \sim 10^{-5}\,\mathrm{cm}$;
d) $p \sim 10^{-7}\,\mathrm{atm}$

B-4 $A \approx 1.4 \times 10^{-14}\,\mathrm{cm}^2$

B-5 6.02×10^{23} 分子·摩尔$^{-1}$

B-6 a) $\approx 2.7 \times 10^{19}$ 原子·cm^{-3};
b) $\approx 6.1 \times 10^{23}$ 分子·摩尔$^{-1}$

C-1 $\sim 10^{24}$ 分子·摩尔$^{-1}$

C-2 $N_g \sim 0.7 \times 10^{19}$ 分子·cm^{-3}

第二章

A-1 $W = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ kg

A-2 $F_p = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ kg, $F_W = \tan$ kg

A-3 $W_2 = 0.25$ kg

A-4 $A = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$kg, $B = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$ kg

A-5 $T_1 = T_2 = \dfrac{50}{\sqrt{2}}$ 磅(力)

A-6 a) 向下; b) $T = W\dfrac{y}{x}$

A-7 $F = W\sqrt{\dfrac{h(2R-h)}{R-h}}$

A-8 a) $F=0$(除重力); b) $v = FD$;
c) $v = FD$

A-9 $F = 20.7$ N, 45°, O 点左侧 0.34 m 处

A-10 $v = \sqrt{2gD\dfrac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}\sin\theta}$

A-11 $v = \sqrt{gD(\sin\varphi - \sin\theta)}$

B-1 a) $a = -\dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)g$;

b) M_2, $t_1 = \sqrt{\dfrac{2H}{g\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)}}$;

c) 不能

B-2 $T = \dfrac{L}{r}\left(W + \dfrac{w}{2}\right)\tan\theta$

B-3 a) 45 lb(力); b) 45 lb(力) 90 lb(力)

B-4 $\theta = 30°$

B-5 $\alpha = 30°$

B-6 $F = 0.6\,W$

B-7 2 ton(力)

B-8 $T = 265$ g(力), $\alpha = 79.1°$

B-9 $T = \dfrac{\sqrt{3}}{4}W$

B-10 $\theta = 30°$

B-11 $T = \dfrac{Wh}{2\pi r}$

B-12 $W = \dfrac{4w}{\sin\theta}$

B-13 $F_1 = \dfrac{W}{3}$, $F_2 = \dfrac{2W}{3}$, $F = \dfrac{4W}{3\sqrt{3}}$,

B-14 a) AC, CE, EG, BC, EF, ED;
b) $BD = \dfrac{W}{2}$, $DE = \dfrac{5}{12}W$

B-15 $W = \dfrac{3}{4}w$

B-16 $V = 196\,\mathrm{cm \cdot s^{-1}}$

B-17 $v = \sqrt{2gH}$

C-1 $\theta = \tan^{-1}\dfrac{1}{3\sqrt{3}} = 10.9°$

C-2 $W = \dfrac{wr}{R-r}$

C-3 $A = 5$ m, $B = 11$ m,
$T_{max} \approx 34 \times 10^3$ kg(力)

C-4 a) $F = W\dfrac{L}{h}$;

b) $|F_A| = W\sqrt{1 + \left(\dfrac{L}{h}\right)^2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{h}{L}\right)$

第三章

A-1 $t \approx 1.6$ hr

A-2 1.033

A-3 $1.6\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} \approx \dfrac{g_n}{6}$

A-4 a) ~35.2A.U.; b) 59

A-5 $\sim 5.9R_E$

B-1 a) $\lambda=0$; b) $r_s=\frac{1}{9}r_m$

B-2 a) $\frac{M_s}{M_e}=3.33\times10^5$;

b) $\frac{M_A}{M_e}=318$

B-3 $m_s+m_b=\frac{R^3}{T^2}m_e$

B-4 II: 不变; III: $T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^{(3+\alpha)}$

C-1 $\frac{\Delta g}{g}\approx7\times10^{-6}$

C-2 $M=1.02\times10^{-7}TV^3M_e$

C-3 a) $R_e=1.88\times10^6$km;

b) $a=\frac{R_p^2}{2R_p-R_e}=8.33\times10^6$km;

c) $T_e=\frac{2\pi a\sqrt{a}R_e}{vR_p}\approx4.8$天

C-4 $T^2=\frac{4\pi^2}{G}\frac{(R+r)^3}{(M+m)}$

C-6 a) $\sim3.1m_e$

第四章

A-1 a) $t=1843.8$s; b) $v\approx1385$ft·s^{-1}

A-2 ≈155s

A-3 向下

A-4 $v\approx465$m·s^{-1}, $\omega\approx7.3\times10^{-5}$s^{-1},

$\frac{a}{g}\approx3.5\times10^{-2}$

B-1 b) 46mi; c) 2.7×10^2s

B-2 $e\approx0.98$

B-3 a) $H_{max}=\frac{v^2}{2g}\sin^2\theta$, $R=\frac{v^2}{g}\sin2\theta$;

b) $\theta=\pi/4$

B-4 $V=\frac{L}{\cos\theta}\sqrt{\frac{g}{2(L\tan\theta-h)}}$

B-5 a) $v\approx48$ft·s^{-1}; b) $R\approx8.5$ft

B-6 $x=Vt-R\sin\frac{Vt}{R}$,

$y=R\left(1-\cos\frac{Vt}{R}\right)$;

$v_x=V\left(1-\cos\frac{Vt}{R}\right)$,

$v_y=V\sin\frac{Vt}{R}$;

$a_x=\frac{V^2}{R}\sin\frac{Vt}{R}$,

$a_y=\frac{V^2}{R}\cos\frac{Vt}{R}$

B-7 14.8m·s^{-1}

C-1 a) $\theta=\tan^{-1}3$; b) $x=14$m;

c) $V=19.8$m·s^{-1}

C-2 ≈202ft

C-3 a) 52.5mih^{-1}; b) 2.75fts^{-2}

C-4 $a_J=\frac{8}{9}a_B$

第五章

A)

A-1 b) $a=\frac{2}{5}g$, $T_1=\frac{2}{5}$kg(力),

$T_2=\frac{6}{5}$kg(力)

A-2 $T=8.8$mN

A-3 $T=25$N

B-1 $F=\frac{M_2}{M_1}(M+M_1+M_2)g$

B-2 $F=392$N

B-3 $a=g/9$向上, $T=222g$(力)

B-4 a) $M=\frac{(M_a+M_b)\frac{D}{4}-\frac{M_b}{2}L\cos\theta}{L\cos\theta-D/4}$;

b) $t=\sqrt{\frac{8L\sin\theta}{g}}$

B-5 $g=\frac{v^2(2M+m)}{2mh}$

B-6 a) $a=\frac{F-(M_1+M_2)g}{M_1+M_2}$;

b) $T=\frac{M_1}{M_1+M_2}F$

c) $a=\frac{F}{M_2}-g$, $a'=-g$;

d) $t=\sqrt{\frac{2M_2s}{F}}$

C-1 $\Delta t=0.9$s

C-2 2.7kg(力)

C-3 a) $a_{up}=g/3$; b) 280lb

C-4 $m_B\approx5.8$kg

B)

C-1 $x_{max}=1$

C-4 $h_{max}\approx5\times10^3$ft, $R\approx1.3\times10^4$ft

第六章

A-1 $m_2/m_1=3$

A-2 $E'=0.71E$

A-3 a) $v_E=8.4\times10^{-22}$ms^{-1};

b) $\frac{T_S}{T_P}=1.7\times10^{-24}$

B-1 $V_F=3.66\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

B-2 a) 是; b) 向北; c) $V=5\times10^{-4}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

B-3 $a_1=\frac{(m_1-m_0)g+r_0(v_0+gt)}{m_1+m_0-r_0t}$

(向下) $0<t<\frac{m_0}{r_0}$

B-4 $a=4.0\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

B-5 $F=\mu v(v+gt)$

C-1 $V=\frac{m+M}{m}x\sqrt{\frac{g}{L}}$

C-2 b) $\tau_0=2L\sqrt{\frac{Mm}{2T(M+m)}}$

C-3 $\Delta v\approx v\frac{f}{4}$

C-4 a) $a=\frac{r_0V_0}{M_0}$; b) $r_0=490\ \mathrm{kg\cdot s^{-1}}$;

c) $V=-V_0\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M}$

C-5 $F_B=5.1\times10^{-3}\mathrm{N}$, $F_B\propto V^2$

第 七 章

A-1 $\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$

A-2 a) $5\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$; b) $\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$; c) 3;
d) 3; e) 3; f) $15\boldsymbol{i}-18\boldsymbol{j}+9\boldsymbol{k}$

A-3 c) $\rho\approx4.6\mathrm{m}$(如果 $\boldsymbol{r}$ 的单位为 m)

A-4 a) 北偏西 14.5°; b) 53.9 分

B-1 a) 从北偏东 40.5°; b) 从东偏南 35.6。

B-2 方法(2), 快 4 分

B-3 a) $\frac{t_V}{t_A}=\frac{V}{\sqrt{V^2-R^2}}$;

b) $\frac{t_A}{t_L}=\frac{t_V}{t_A}$

B-4 $D=R\cos^{-1}[\sin\lambda_1\cdot\sin\lambda_2+\cos\lambda_1\cdot\cos\lambda_2\cdot\cos(\varphi_1-\varphi_2)]$

B-5 a) $\sim3.2\times10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 朝太阳;
b) $\sim7.2\times10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $\theta\sim24°$;
c) $\sim8.5\times10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 朝太阳

B-6 a) $a=2g$ 向右; b) $a'=\sqrt{2}g$, $\theta=45°$; c) 272 kg(力)

B-7 $T=2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$

C-1 $t\leqslant t_0$,
$\boldsymbol{r}_a=(7+7t)\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}+(4.9-4.9t^2)\boldsymbol{k}$,
$\boldsymbol{r}_b=(49-7t)\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}+(4.9-4.9t^2)\boldsymbol{k}$,
$t\geqslant t_0$,
$\boldsymbol{r}=28\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}+(4.9-4.9t^2)\boldsymbol{k}$,

C-2 a) 正北; b) 0.17 hr

第 八 章

B-2 $\theta_{max}=\sin^{-1}\frac{m}{M}$

B-3 $\theta_1=\tan^{-1}3$, $|\boldsymbol{v}_1'|=\frac{v}{4}\sqrt{10}$,

$|\boldsymbol{v}_2'|=\frac{v}{4}\sqrt{2}$

B-4 $\alpha=120°$

B-5 a) $\boldsymbol{v}_{CM}=4\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$;
b) $|U_1|=|U_2|=5\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;
c) $\boldsymbol{v}_1'=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

B-6 $|\boldsymbol{v}_1'|=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$, $\theta_1=-30°$;

$|\boldsymbol{v}_2'|=\frac{v_0}{2}$, $\theta_2=+60°$

B-7 a) $|\boldsymbol{v}_2'|=\sqrt{3}\times10^6\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;
b) $|\boldsymbol{v}_2'|=\sqrt{73}\times10^6\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\theta_1=113°$;
c) $|U_1|=9\times10^6\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\alpha=120°$

B-8 $|\boldsymbol{v}_1'|=50\sqrt{7}\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$,

$\theta_1=-\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}=-41°$;

$|\boldsymbol{v}_2'|=50\mathrm{cm\,s^{-1}}$, $\theta_2=+60°$

B-9 $\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{实验室系}=\frac{(1-\alpha^2)m_2}{m_1+m_2}$

B-10 a) $\theta=\tan^{-1}\sqrt{\frac{M-m}{M+m}}$;

b) $\theta=\tan^{-1}\sqrt{\frac{\alpha^2M^2-m^2}{(M+m)^2}}$

B-11 $\frac{M}{m_p}=9$

B-12 a) $\sqrt{5}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\tan^{-1}\frac{1}{2}$ 西北;

b) $\frac{3}{4}$; c) 90°

B-13 a) $\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$; b) $T_{CM}=30\mathrm{J}$

第 九 章

A-1 $F=-108\mathrm{N}$

A-2 $a=-g/8$

A-3 看 9-1

B-1 $x=\mu h$

B-2 $x=32\mathrm{cm}$

B-3 $\mu_{min}=\frac{1}{2}(\cot\theta-1)$

B-4 a) $\Delta T=\mu T\Delta\theta$; b) $\frac{T_2}{T_1}=e^{\mu\alpha}$

B-5 $v_0=595\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

B-6 51.8 MPH

B-7 $t=2.2\mathrm{s}$

B-8 a) 0.68m; b) 1.1s; c) 2.3 J

B-9 a) $75\mathrm{cm\cdot s^{-2}}$; b) 200g(力)

B-10 $x<x_0$: $v(x)=V_0$;

$x_0\leqslant x\leqslant x_0+L$: $v(x)=V_0-\frac{k}{m}(x-x_0)$;

$x>x_0+L$: $v(x)=V_0-\frac{k}{m}L$

$\left(当\frac{k}{m}L<V_0时\right)$

B-11 $\varepsilon=\frac{R}{4}\Delta p$, $\left|\frac{\sigma}{\varepsilon}\right|=1$

B-12 加速运动, $a=\frac{g}{\sqrt{3}}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

B-13 $R=\frac{mv}{qB}$, $T=\frac{2\pi m}{qB}$

C-1 a) $W=600$g(力); b) $T=800$g(力);

c) $\theta=\pi/2$

C-2 $F=\frac{1+\mu}{1-\mu}\,\mathrm{mg}$

C-3 a) $\sqrt{3}\,W\sin\alpha$; b) $\varphi=60°$

C-4 $R=4.9\times10^{-5}\mathrm{cm}$

C-5 a) $F_x=qv_yB$, $F_y=q(E-v_xB)$, $F_z=0$;

b) $F'_x=qv'_yB$, $F'_y=-qv'_xB$;

c) 摆线运动

第 十 章

A-1 $x_0-x=x_0-v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$

A-3 任意

A-4 $v_{\infty}\approx3.9\,\mathrm{mi\cdot s^{-1}}$

A-5 $1.4\times10^{3}\mathrm{V}$

A-6 $Q=5.6\times10^{-5}\mathrm{C}$

A-7 $\varphi=310\mathrm{kV}$

B-1 a) 1) $3.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 2) $2.5\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;

3) 45W; b) 1) $4.5\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;

2) $2.5\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; 3) 67.5 W

B-2 a) $F(t=0)=4.5i+12j-2.6k\mathrm{N}$;

b) $a(t=0)=4.5i+12j-2.6k\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;

c) $T(t=0)=2.5\mathrm{J}$;

d) $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}(t=0)=21.4\mathrm{W}$

B-3 $r=2.00i+3.02j+0.01\,\mathrm{km}$,

$v=0.045i+2.12j+0.97\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$,

$T=2.71\mathrm{J}$

B-4 a) $W=0$; b) $W=0$, 是

B-5 $H=\frac{1}{2}R$

B-6 a) $x=H\sin^2\theta+R\cos^2\theta-R\cos^3\theta$;

b) $F=mg\left(\frac{2H}{R}+1\right)$

B-7 $d=\frac{mg}{k}-\frac{R}{5}$

B-8 $v=\sqrt{\frac{gL}{2}}$

B-9 $R/3$

B-10 $\theta=\sin^{-1}0.27$

B-11 $7.2\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

B-12 ≈625 J, ≈570 J, ≈330 J

B-13 $r\leqslant R$: $\varphi=-\frac{GM}{2R^3}(3R^2-r^2)$,

$a=-\frac{GM}{R^3}r$;

$r>R$: $\varphi=-\frac{GM}{r}$,

$a=-\frac{GM}{r^3}r$

B-14 $a=-\frac{4\pi}{3}\rho G\left[\frac{R^3}{(R+x)^2}-\frac{(R/4)^3}{\left(\frac{5}{4}R+x\right)^2}\right]$

B-15 $y>\frac{d}{2}$: $a_y=-2\pi\rho dG+\frac{4\pi}{3}r^3\rho\frac{G}{y^2}$;

$\frac{d}{2}>y>r$: $a_y=-4\pi\rho Gy+\frac{4\pi}{3}r^3\rho\frac{G}{y^2}$;

$r>y\geqslant0$: $a_y=-4\pi\rho Gy+\frac{4\pi}{3}\rho Gy$

B-16 $E=\frac{-GmM}{2a}$

B-17 a) $T^2=\frac{4\pi^2}{GM}a^3$;

b) $T^2=\frac{\pi^2G^2M^2}{2(E/m)^3}$;

C-1 19.2cm

C-2 25kw

C-3 $4.60\times10^{4}\mathrm{atm}$

C-4 $W\geqslant GMm_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{D-r}\right)+Gmm_1\left(\frac{1}{D-R}-\frac{1}{r}\right)$

C-5 逃到抛物线轨道上

C-6 $v_0>11.8\mathrm{mi\cdot s^{-1}}$, $v_0<47.1\mathrm{mi\cdot s^{-1}}$

C-7 $v_0=40.8\mathrm{km\cdot s^{-1}}$,

$\alpha=40.9°$ 相对于地球太阳连线

第 十 一 章

A-1 a) MT^{-2}; b) ML^2T^{-2}; c) ML^2T^{-2};
d) MT^{-2}; e) 1; f) $ML^{-1}T^{-1}$;
g) LT^{-2}; h) $MLT^{-2}Q^{-1}$;
i) $MT^{-1}Q^{-1}$; j) LT^{-1}

A-2 377Ω

A-3 $v'=\frac{\lambda}{\tau}v$, $a'=\frac{\lambda}{\tau^2}a$,
$F'=\frac{\mu\lambda}{\tau^2}F$, $E'=\frac{\mu\lambda^2}{\tau^2}E$

A-4 $T\propto\sqrt{\frac{l}{g}}$

B-1 $4\pi^2$

B-2 T与k无关

B-3 $T\propto\sqrt{\frac{m}{k}}$

B-4 $T\propto\frac{mv^2}{l}$, $a\propto\frac{v^2}{l}$

B-5 $R\propto\frac{v^2}{g}f(\theta)$, $T\propto\frac{v}{g}f'(\theta)$

B-6 $T\propto\sqrt{\frac{m}{\sigma}}$

B-7 $v\propto\frac{1}{l}\sqrt{\frac{T}{\sigma}}$

B-8 $v\propto\sqrt{g\lambda}$

C-1 $p\propto\frac{mv^2}{V}f(N)$

C-2 $[GM]=L^3T^{-2}=\text{const}$。

第 十 二 章

A-1 $x=\gamma(x'+\beta ct')$, $y=y'$, $z=z'$,
$t=\gamma\left(t'+\frac{\beta}{c}x'\right)$

A-2 $v_x=\frac{v'_x+V}{1+\frac{V}{c^2}v'_x}$

$$v_y=\frac{v'_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{V}{c^2}v'_x}$$

A-3 $v'_x=\frac{v_x-V}{1-\frac{Vv_x}{c^2}}$,

$$a'_x=\frac{a_x\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\frac{Vv_x}{c^2}\right)^3}$$

A-4 $L'\approx4.5\text{m}$, $\theta'\approx33.7°$

A-5 $\Delta t=16.8\mu s$, $\Delta t'=2.37\mu s$, $L'=0.71\text{km}$

B-1 $F=\frac{m_0c^2}{b}$

B-2 a) $M\approx42\text{kg/y}$; b) HDO; $\sim2\text{cm}^3\text{s}^{-1}$

B-3 $\sim6.3\times10^3\text{ts}^{-1}$

C-1 a) $g=1.03\text{ly}\cdot\text{y}^{-2}$;
b) $x=4.15\text{ly}$ $v=0.982\text{C}$

第 十 三 章

A-2 a) $pc=T\left(1+\frac{2m_e^2}{T}\right)^{1/2}$;
b) $\frac{v}{c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

A-3 $\Delta t\approx5^m$

B-1 a) $pc(\text{MeV})=3\times10^{-2}\text{BRZ(Gm)}$,
b) $R=6.8\times10^3\text{km}$

B-2 a) 1.8m; b) 15MHz; c) 14%

B-3 $T_1=c^2\frac{(M-m_1)^2-m_2^2}{2M}$

$T_2=c^2\frac{(M-m_2)^2-m_1^2}{2M}$

B-4 $T_\mu=4.1\text{MeV}$, $T_\nu=29.7\text{MeV}$,
$P_\mu=P_\nu=29.7\text{MeV/c}$

B-5 $E_\gamma=\Delta E\left(1-\frac{\Delta E}{2mc^2}\right)$

B-6 a) $c/2$; b) $\frac{4}{\sqrt{3}}m_e$

B-7 $T=6m_pc^2(5.6\text{GeV})$

B-8 $T_e=4004\text{GeV}$

B-9 $E_\gamma=4m_pc^2(3.8\text{GeV})$

C-1 a) $T_p\approx2mc^2(279\text{MeV})$;
b) $T_\pi\approx\frac{m^2c^2}{2M}(10.4\text{MeV})$

C-2 a) $E_\gamma=\frac{m_\pi c^2\sqrt{(1-\beta^2)}}{2(1-\beta\cos\theta)}$;

b) $E_{\max}=\frac{m_\pi c^2}{2}\ \frac{(1+\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\theta=0$,

$E_{\min}=\frac{m_\pi c^2}{2}\ \frac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\theta=\pi$;

c) $\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{2}(E_{\max}+E_{\min})=\frac{m_\pi c^2}{2}=E_\gamma^0$

第 十 四 章

A-1 a) +140Nm; b) 2.8m; c) 14N

A-3 $\lambda'\approx66.6°$

A-4 $V=2\pi^2R^3$

A-5 $K.E.=\frac{M}{3}\omega^2R^2$

B-1 $x=R\left(\frac{2R}{L}\right)\sin\left(\frac{L}{2R}\right)$, $y=0$,

$x=\frac{4}{3}\ \frac{R}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$

B-2 $x=1.7\text{cm}$

B-3 $y=\frac{1}{2}x$

B-4 a) $F=8.1\text{N}$; b) $x=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$

B-5 $\alpha=\tan^{-1}\frac{1}{6\sqrt{3}}$

B-6 $OP=1.5\text{ft}$

B-7 $h=\frac{a}{2}(3-\sqrt{3})$

B-8 $x=\frac{m_1L}{m_1+m_2}$(对 m_2)

B-9 $P=16m\mu\pi^2f^3r^2$

C-1 $n=a$

C-2 $M=4.0\text{lb}$

C-3 $\Delta L=\frac{M\omega^2L}{2K-M\omega^2}$, $2>\frac{M\omega^2}{K}$

第 十 五 章

A-1 $I=\frac{1}{12}mL^2$

A-2 $\omega=\sqrt{\frac{3g}{l}}$

A-3 $a=\frac{m}{m+\frac{M}{2}}g$

B-1 a) $m\frac{L^2}{3}$; b) $\frac{1}{12}mL^2$;

c) mr^2; d) $m\frac{r^2}{2}$

B-2 $I=22Ma^2$

B-3 $F=\frac{1}{4}Mg$

B-4 $W=6mL^2\omega_0^2$

B-5 a) $V_0=r\sqrt{\frac{2Mgh}{I+Mr^2}}$

B-6 $a=2g\sin\theta$

B-8 $I=\frac{8}{15}\pi\rho(R^5-r^5)=\frac{\frac{2}{5}M(R^5-r^5)}{R^3-r^3}$

B-9 $\mu_0=\frac{2}{7}\tan\theta$

B-10 $a=\frac{2r^2}{2r^2+R^2}g$

B-11 $h=\frac{3d}{2}-3r$

B-12 a) $v_2=\frac{r_1}{r_2}v_1$;

b) $W=\frac{1}{2}mv_1^2\frac{r_1^2-r_2^2}{r_2^2}$; c) $F=\frac{mv^2}{r}$

B-13 a) $a=\frac{FR(R\cos\alpha-r)}{I+MR^2}$

B-14 $\frac{h}{r}=\frac{7}{5}$

C-1 $r_3^2+r_1^2=r_2^2$

C-2 $\alpha_{max}=\frac{2g\cos\theta}{R}$

C-3 $t=\frac{2}{3}\ \frac{l\omega_0}{\mu g}$

C-4 $D=\frac{12V_0^2}{49\mu g}$, $V=\frac{5}{7}V_0$

C-5 a) $V_0=\frac{2}{5}R\omega_0$; b) $V_0=\frac{1}{4}R\omega_0$

C-6 $l=R\left(\sqrt{1+\frac{M}{4m}}-1\right)$

C-7 $F'_x=F_x\cos\theta-F_y\sin\theta+2\omega m\dot{y}'+m\omega^2x'$,

$F'_y=F_y\cos\theta-F_x\sin\theta-2m\omega\dot{x}'+m\omega^2y'$

第 十 六 章

A-1 $V=406$ 单位

A-4 是引起(e)

B-1 a) 在松手前;

b) $V_{CM}=\frac{l}{2}\omega_0$ $\omega=\omega_0$

B-2 $\frac{v_{AC}}{v_{AB}}=-\frac{7}{2}$

B-3 $v=\frac{1}{2}\left(\frac{M}{m}-1\right)V-\frac{L^2\omega^2}{24V}$, $\omega=\frac{\omega L^2}{12V}$

B-4 $V_{CM}=\frac{v}{2}$, $L=\frac{mvR}{2}$, $\omega=\frac{v}{3R}$,

$K.E.)_1=\frac{mv^2}{2}$, $K.E.)_2=\frac{mv^2}{3}$

B-5 $V_{CM}=\frac{v_0}{6}$, $\omega=\frac{5}{12}\ \frac{v_0}{a}$

B-6 a) $V_{CM}=\frac{J}{m}$, $\omega=\frac{12Jr}{mL^2}$,

$V_A=\frac{J}{m}\left(1-\frac{6r}{L}\right)$;

b) $AP=\frac{2}{3}L$; c) $l=\frac{2}{3}L$

B-7 a) $\frac{v}{2}$; b) $Mv\frac{L}{4}$; c) $\frac{6}{5}\ \frac{v}{L}$; d) 20%

B-8 $V_f=\frac{V}{2}$, $\omega_f=\frac{6V}{7L}$

B-9 $V=\sqrt{8gL}$

B-10 a) $\omega_0 \frac{l}{2}$

B-11 a) $I_0\omega_0$; b) $\frac{mR^2\omega_0^2}{R-r(1+20\pi)}$

B-12 $T_{max}=\omega^2 ml^2$

B-13 a) 45°; b) $\frac{Ml^2}{24}\omega^2$

B-14 $F=89.8\text{N}$

B-15 $\Omega=\frac{I_2}{I_1+I_2+M_2r_2^2}\omega$

B-16 a) $R=\frac{V}{2\omega}$; b) $\varphi\approx\frac{2\omega R}{V}$

B-17 $\omega_f=\frac{2}{13}\omega_0$

B-18 $\Delta T\approx 1\text{ms}$

B-19 $\frac{3GMm}{R^3}r^2\sin 2\theta$

C-2 $J=M\sqrt{\frac{\pi gLn}{3}}$，$n=$整数

C-3 a) $\omega=\frac{I_0+mR^2}{I_0+mr^2}\omega_0$;

c) $\dot{r}=V_r=\omega_0\sqrt{\frac{I_0+mR^2}{I_0+mr^2}(R^2-r^2)}$

C-4 a) $\frac{M\omega^2ab(a^2-b^2)}{12(a^2+b^2)^{3/2}}$;

b) $\frac{M}{12}\omega^2\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

C-5 $T\approx 27\text{Nm}$

C-6 a) $\frac{L_z}{L_t}=\frac{4mv_0}{MR\omega_0}$; b) $\frac{\omega_x}{\omega_0}=\frac{8mv_0}{MR\omega_0}$

C-7 a) $L(Js)=20e_x+0.0119e_y$,

$\Omega_n=154\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $r=1.77\times10^{-2}\text{cm}$;

b) $\Omega_p=1.47\times10^{-3}\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,

$L_p=1.91\times10^{-4}\text{Js}$,

$T_p=1.40\times10^{-7}\text{J}$,

$\Delta E\approx 2.8\times10^{-7}\text{J}$

C-8 $T_月\approx 2.2T_地$

C-9 这些量的公认值是:

a) $8.11\times10^{37}\text{kg}\cdot\text{m}^2$;

b) $5.91\times10^{33}\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$;

c) $2.61\times10^{29}\text{J}$; d) 25, 725 y

第十七章

A-2 $T=2\pi\left[\frac{3g}{2L}+\frac{3(K_1+K_2)}{M}\right]^{-\frac{1}{2}}$

A-3 $x=\frac{A}{\sqrt{2}}$

A-4 a) 2.18cm;

b) $-49.4\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$

A-5 $T=\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$

B-1 $T=\pi\sqrt{\frac{MR^2}{K}}$

B-2 $T\approx 1.4\text{s}$

B-3 a) $2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$, $2\pi\sqrt{\frac{I_c+Md^2}{Mgd}}$;

b) $-\frac{g}{d}\sin\theta_0$, $-\frac{Mgd}{I_c+Md^2}\sin\theta_0$;

c) $\sqrt{\frac{2g}{d}(1-\cos\theta_0)}$, $\sqrt{\frac{2Mgd}{I_c+Md^2}(1-\cos\theta_0)}$

B-4 $\omega_0=28\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

B-5 a) $\tan\theta_0=\frac{1}{3}$;

b) $\theta(t)=\theta_0-\frac{J}{M}\frac{1}{\sqrt{gl}}\sqrt[4]{\frac{288}{125}}$

$\cdot\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt[4]{\frac{9}{10}}t$

B-6 $T\approx 42\text{min}$

B-7 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1+K_2}}$,

$T=2\pi\sqrt{\frac{m(K_1+K_2)}{K_1K_2}}$

B-8 $A=\frac{v}{4}\sqrt{\frac{M}{2K}}$, $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{2K}}$

B-9 a) d; b) $V_{CM}=\frac{d}{3}\sqrt{\frac{K}{m}}$, $A=\sqrt{\frac{2}{3}}d$

B-10 $v_1=v_0-x\sqrt{\frac{K}{M_1\left(1+\frac{M_1}{M_2}\right)}}$,

$v_2=v_0+x\sqrt{\frac{K}{M_2\left(1+\frac{M_2}{M_1}\right)}}$

B-11 $x_{max}=\frac{m+M}{K}\mu g$

B-12 a) $10^6\text{erg}\cdot\text{s}$; b) $7.8\times10^3\text{g}\cdot\text{s}^{-2}$;

c) 16cm

B-13 a) $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{K\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)}$;

b) $\frac{A_1}{A_2}=-\frac{I_2}{I_1}$

C-2 a) $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; b) $T=\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\frac{L}{d}\sqrt{\frac{l}{g}}$

C-3 $T=\pi\sqrt{\frac{29a}{g}}$

C-4 $m=\frac{KR}{2g}$

C-5 a) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{K(m_1+m_2)}}$; b) 约化质量;

c) $E=\frac{1}{2}KA^2$; d) $\frac{E_1}{E_2}=\frac{m_2}{m_1}$

C-6 $t\approx5.3s$

C-7 $\theta_0'=\sqrt{\frac{I}{I+ma^2}}\theta_0$

C-9 $T=2\pi\sqrt{\frac{2A}{g}}$, $a=\sqrt{2}A$,

$h=(\sqrt{2}-1)A$

C-10 49cm

第十八章

B-1 $y=\cos\frac{2k\pi}{n}+i\sin\frac{2k\pi}{n}$,

$k=0, 1, 2, \cdots, n-1$。

C-1 $\log_{11}2=0.289$, $\log_{11}7=0.811$

第十九章

A-2 $\frac{10^4}{2\pi}$ Hz

A-3 $\approx377\sqrt{2}\Omega$

A-4 $L\approx71$ mH

A-5 $C\approx3.3\times10^{-3}\mu F$

A-6 a) $Z=i\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$;

b) $Z=\frac{i\omega L}{1-\omega^2LC}$

A-7 a) $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$; b) $C=C_1+C_2$

A-8 a) $L=L_1+L_2$; b) $\frac{1}{L}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$

A-9 a) $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{3LC}}$; b) $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{3LC}}$

A-10 $T=\frac{L}{R}$

A-11 $Q\sim10^4$

B-1 c) $x=Ae^{-\left(\frac{\gamma}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\omega_0^2}\right)t}$

$+Be^{-\left(\frac{\gamma}{2}-\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\omega_0^2}\right)t}$

d) $A=x_0$, $B=\frac{2v_0+\gamma x_0}{\sqrt{4\omega_0^2-\gamma^2}}$

B-2 a) $v=v_0e^{-\frac{\gamma}{m}t}$;

b) $v=v_0-\frac{\gamma}{m}(x-x_0)$

B-3 a) $v_\infty=\frac{g\sin\theta}{\gamma}$;

b) $v(t)=\frac{g\sin\theta}{\gamma}(1-e^{-\gamma t})$;

c) $x(t)=\frac{g\sin\theta}{\gamma}\left(t+\frac{e^{-\gamma t}-1}{\gamma}\right)$

B-4 42.8m

B-5 $A=5.75$ cm

B-6 a) $5\frac{d^2x}{dt^2}+0.693\frac{dx}{dt}+20\pi^2x=0$;

b) 1.00006s; c) 20, 33; d) ~1.1W

B-7 $V=V_0e^{-\frac{t}{RC}}$

B-8 无阻尼,阻尼,过阻尼振荡。

B-9 a) $Z_L=i\omega L$; b) $Z_C=\frac{1}{i\omega C}$

B-12 a) $I_0=\frac{1}{16}$A; b) $\Delta=0$

B-13 $I_R=0$, $I_{L\max}=V_0\sqrt{\frac{C}{L}}$

B-14 a) $C_1=\frac{1}{\omega^2L}$; b) $C_2=\frac{C_1}{1-\omega RC_1}$;

c) $\frac{I_1}{I_2}=\sqrt{2}$

B-15 a) $\Delta E=\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}V_0^2$;

b) $V_1=V_2=\frac{C_1}{C_1+C_2}V$。

B-16 a) $t\approx16.1s$; b) 0

B-17 $V_{\max}=\frac{V_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

B-18 $V_{\max}=10\sqrt{2}$

B-19 $V_0'=V_0$, $|V_2'|\approx\frac{|V_2|}{7.6}$

B-20 a) $A=\frac{1}{2}\frac{h}{\left(1-4\pi^2\frac{L}{gT^2}\right)}$;

b) 1.3ft; c) 106.3ft

B-21 a) $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{M}}$;

b) 在 e 的方向, $x=\frac{e\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}$;

c) $\omega_{cr}=\omega_0$; d) $\omega_{cr}=\omega_0$;

e) CM 在中心线上。

C-1 a) 1) $x=\frac{F_0}{k}+\left(x_0-\frac{F_0}{k}\right)$

$\cdot e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(\cos\omega_\gamma t+\frac{\gamma}{2\omega_\gamma}\sin\omega_\gamma t\right)$,

$\omega_\gamma=\sqrt{\omega_0^2-\frac{\gamma^2}{4}}$, $\omega_0^2=\frac{k}{m}$;

2) $x=\frac{J}{m\omega_\gamma}e^{-\frac{\gamma}{2}t}\sin\omega_\gamma t$;

3) $x=\frac{F_0}{\gamma\sqrt{Km}}\sin\omega_0t$.

$$+e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left[x_0\cos\omega_\gamma t-\frac{1}{\omega_\gamma}\left(\frac{F_0}{m\gamma}-\frac{\gamma}{2}x_0\right)\cdot\sin\omega_\gamma t\right];$$

b) $\omega^*=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/2}$

C-2 a) $m\ddot{x}-mg\mu+kx=0$,

$$A_0=\begin{cases}B\\ \dfrac{2m\mu g}{k}-B,\end{cases}$$

$$A_1=\begin{cases}\dfrac{2m\mu g}{k}+B\\ \dfrac{4m\mu g}{k}-B,\end{cases}$$

$$A_2=\begin{cases}\dfrac{4m\mu g}{k}+B\\ \dfrac{6m\mu g}{k}-B\end{cases}$$

等等。

C-3 $A=\dfrac{qE_0}{\omega^2\sqrt{m^2+\alpha^2\omega^2}}$,

$\Delta=\pi+\tan^{-1}\dfrac{\alpha\omega}{m}$

C-4 $V\approx7.2\mathrm{s}^{-1}$

C-8 a) 2A; b) 16.9kV; c) 35μs

C-9 $V=46.5$mph

第 二 十 章

B-1 a) $\Delta K=50$ft; b) $t=60.0$s;

c) $t=60.1$s

B-2 a) $PP'=0.0387$m; b) $\dfrac{\Delta t}{t_0}=0.11$

B-3 $\phi\approx11.2°$

B-7 a) $x_0=\dfrac{R}{2}$; b) $\dfrac{\Delta x_0}{x_0}=-0.02$

B-8 $x=200$cm, $D=1.86$cm

B-9 a) 6.7×10^{-5}m; b) 8.5×10^{-2}m

B-10 $y=\pm\sqrt{2Fx\left(1-\dfrac{1}{n}\right)-x^2\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)}$

或 $\dfrac{y^2}{F^2\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)}+\dfrac{\left(x-\dfrac{Fn}{n+1}\right)^2}{\left(\dfrac{Fn}{n+1}\right)^2}=1$

B-11 $d=\dfrac{d'}{n}$

B-12 距离中心 4cm

B-13 $y=1.92R$

B-14 $d=2.0$cm

B-15 $M=\dfrac{F}{f}$

B-16 $\dfrac{1}{F}=\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{f'}-\dfrac{D}{ff'}$;

$\Delta\leqslant\dfrac{fD}{f+f'-D}$ (从 L 到 L')

$\Delta'=\dfrac{f'D}{f+f'-D}$ (从 L' 到 L)

B-17 a) $4\frac{1}{6}\sim5$cm; b) 6, 5

B-18 $x=5.2$cm

B-19 $r=1.6$cm

B-20 a) $d_2>d_1$; b) 移离;

c) $f=\dfrac{L_2d_2}{D+d_2}=\dfrac{L_1d_1}{D+d_1}$

C-1 情况1: $y^2=\dfrac{4Dd}{(D-d)^2}\left[\left(x-\dfrac{D+d}{2}\right)^2-\dfrac{(D-d)^2}{4}\right]$抛物面;

情况2: $(2d+D)^2y^2+4d(d+D)\left(x-\dfrac{D}{2}\right)^2=4d(d+D)\left[(d+D)d-\dfrac{D^2}{4}\right]$

椭球面

p 为坐标原点。

C-2 $f=\dfrac{g}{2\omega^2}$

第 二十一 章

B-1 $E(t)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0C^2}\dfrac{a\omega^2}{R}\left[\hat{e}_x\cos\omega\left(t-\dfrac{r}{c}\right)+\hat{e}_y\cos\omega\left(t-\dfrac{r}{c}-\dfrac{\pi}{2}\right)\cos\theta\right]$,

$I\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{qa\omega^2}{4\pi\varepsilon_0c^2R}\right)^2$,

$I(\theta=0)=\left(\dfrac{qa\omega^2}{4\pi\varepsilon_0c^2R}\right)^2$

B-2 $p=\dfrac{3}{8\pi}\dfrac{\sin^2\theta}{R^2}p_{\text{总}}$, $p=2.4\times10^{-11}\mathrm{Wm^{-2}}$

B-3 S: $I=0.17I_0$

$S60°W$: $I=3.0I_0$

W: $I=5.8I_0$

B-4 $I(\theta)=I_0\dfrac{\sin^2[\pi(1+\sin\theta)]}{\sin^2\left[\dfrac{\pi}{4}(1+\sin\theta)\right]}$

B-5 a) $I=2I_0[1+\cos(\pi\sin\theta)]$

b) $I=2I_0\left[1+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}(1+2\sin\theta)\right)\right]$

B-6 $a=2\lambda$, $b=\dfrac{2\lambda}{\sqrt{3}}$

B-7 a) $E(t)=0$;

b) $E(t)=\dfrac{\sqrt{2}q\omega^2d}{4\pi\varepsilon_0c^2R}\sin\omega\left(t-\dfrac{R}{c}\right)$

B-8 $\dfrac{d\alpha}{dt}=-\dfrac{\cos\theta}{120}$Hz

B-9 C; $I=5I_A$,

$\theta=26.5°$, W/r, x 轴向; D: $I=I_A$,
左旋圆偏振; E: $I=I_A$,
垂直于(x, y)平面

B-10 $I=2I_0\left[1+\cos\left(\frac{\pi}{2}(1-\cos\theta)\right)\right]$

$$\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi}{2}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)}$$

B-11 $\boldsymbol{E}(t)=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega c}{R}\sin\left(\frac{L\omega}{2c}\cos\theta\right)\cos\omega\cdot\left(t-\frac{R}{c}\right)$

第二十二章

A-1 $Q\sim5.5\times10^6$

B-1 9.1km

B-2 $x=1.6$mm

B-3 $I(Z)=\frac{1}{\alpha_1^2}+\frac{1}{\alpha_2^2}+\frac{2}{\alpha_1\alpha_2}\cdot\cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha_1-\alpha_2)+\pi\right\}$,

这里 $\alpha_1=\sqrt{(Z-d)^2+D^2}$,
$\alpha_2=\sqrt{(Z+d)^2+D^2}$

B-4 a) $r=\lambda\sqrt{10.25}$; b) $I\approx\frac{1}{4}I_{\max}$

B-5 a) $\frac{I_\theta}{I_{\max}}=\frac{\sin^2\frac{\beta}{2}}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2}\frac{1+\cos\varphi}{2}$,

这里 $\beta=4\pi\sin\theta$, $\varphi=8\pi\sin\theta$;

b) 5; $\theta\approx0°$, 14.5°, 30°, 48.5°, 90°;

c) 1, $\frac{4}{\pi^2}$, 0, $\frac{4}{9\pi^2}$, 0

C-2 $\frac{I_t}{I_0}=\frac{T^4}{(1-2R^2\cos2\varphi+R^4)}=\frac{T^4}{2R^2(1-\cos2\varphi)+T^4}$,

这里 $\varphi=\frac{2\pi D}{\lambda}$

第二十三章

B-1 $(1-n)=8.4\times10^{-6}$

B-2 $\sim10^7\text{cm}^{-3}$

B-3 $I=I_0e^{-\frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\gamma c}}$

C-1 a) $p=\frac{q^2\omega^4x_0^2}{12\pi\varepsilon_0c^3}$; b) $\gamma_R=\frac{q^2\omega^2}{6\pi\varepsilon_0mc^3}$;

c) $\Delta\lambda=\frac{2\pi c}{\omega^2}\gamma_R=1.2\times10^{-4}$Å

第二十四章

B-3 $N_e\sim10^7\text{cm}^{-3}$

B-4 a) 1.5%; b) 9%

B-5 a) $\sigma=\frac{N^2x^2q^2\omega^4}{6\pi\varepsilon_0^2c^4}\left(\frac{E_1}{E_0}\right)^2$;

b) $\frac{\sigma_0}{\sigma}=\cos^2\theta$

第二十五章

A-3 $I_t=\frac{I}{8}\sin^2 2\theta$

B-1 强度: 见 21-B-1
a) 圆偏振; b) 线偏振

B-2 $\frac{I_t}{I_0}=\frac{1}{2}(\alpha^4+\varepsilon^4)\cos^2\theta+\alpha^2\varepsilon^2\sin^2\theta$

B-3 算出了 $\frac{I_R}{I_0}\sim34.5\%$,可是他的女朋友却厌恶地走开了!

B-5 a) 17%; b) 67.4°

B-6 $I_t=I_0\cos^{2n}\frac{\theta}{n}$

B-7 $I_{\max}/I_{\min}=\cot^2\theta$

B-9 a) 1.67×10^{-2}mm; b) 椭圆偏振,
$E_x=E_0\cos\varphi\cos\omega t$,
$E_y=E_0\sin\varphi\cos(\omega t+0.7\times2\pi)$,
这里 φ 是入射光偏振面的方位角。

第二十六章

A-6 1.5×10^8km

B-2 $\nu_1=1.67\nu_0$, $\tan\theta_1=0.75$

B-3 $v=c\frac{\nu_0-\nu'}{\nu_0+\nu'}$

B-4 $\frac{v}{c}=7.6\times10^{-4}$

B-5 接近于 $510\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

B-6 $\frac{v}{c}\approx0.8$

C-1 a) $\ddot{x}(t)=-\frac{v^2x}{R^2}\frac{1+\frac{vR}{cx}}{\left(1+\frac{vx}{cR}\right)^3}$;

b) $\frac{I_{\max}}{I_{\min}}=\frac{\left(1+\frac{v}{c}\right)^4}{\left(1-\frac{v}{c}\right)^4}$

C-2 对于 $t\geqslant\frac{R_0}{c}$,

$$E_x(t, R_0)=-\frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0c^2R_0}\ \frac{a\sin\theta}{(1-\beta\cos\theta)^3}$$

C-3 a) $F=\frac{I_0A}{C}$;

b) $F\approx0.16\frac{I_0A}{C}\left(1-\cos\frac{6\pi d}{\lambda}\right)$;

c) $F=\frac{I_0A}{C}\left(1-e^{-\frac{4\pi}{\lambda}n_2d}\right)$

C-4 $F=1.3\times10^{-2}\mathrm{N}$

C-5 $\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=360\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

C-6 b) $R\approx\frac{6\times10^{-4}}{\rho}\mathrm{m}$ $[\rho]=\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$

第 二十七 章

A-2 $\sin\theta=\frac{h}{p_0w}$

A-3 a) 1.8Å; b) i)0.39Å; ii)8.7×10^{-3}Å
c) 1.3×10^{-25}Å; d) X 射线

A-4 6150Å

A-5 910Å，紫外。

A-6 2.6×10^{-3}Å

A-7 $E=h\sqrt{\frac{\beta}{m}}$

A-8 $\tau\approx8\times10^{-10}\mathrm{s}$

A-9 620MeV

A-10 $5\times10^{-13}\mathrm{cm}$

A-13 a) 11.3eV; b) $3.3\times10^{15}\mathrm{Hz}$

B-1 a) 7.1°; b) 21.6m;
c) 1.9, 2.7, 3.3, 4.3m

B-2 15.7°, 22.2°, 27.4°, 32.2°, 36.5°

B-3 6560Å, 4860Å, 18840Å

B-4 33eV

B-5 a) $\theta\approx\frac{\pi}{4}$; b) $2.1\times10^{-21}\mathrm{J}$

B-6 a) 3°, 0.3°。

C-1 a) 8.3×10^{-4}Å; b) $3\sqrt{2}\,\mathrm{m}$;
c) 2.46eV

C-2 a) $r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0n^2\hbar^2}{me^2}$,

$\omega=\frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2n^3\hbar^3}$,

b) $T_n=\frac{me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2n^2\hbar^2}$,

$U_n=-\frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2n^2\hbar^2}$,

$E_n=-T_n$;

c) $\Delta E\propto\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$

第 二十八 章

B-1 $P^{\gamma-1}/T^{\gamma}=$常数，$TV^{\gamma-1}=$常数

B-2 a) $p_A=3.17p_0$; $p_b=2.64p_0$ b) 1.1

B-3 $p_f=\frac{p_1+p_2}{2}$, $T_f=\frac{T_1T_2(p_1+p_2)}{p_1T_2+T_1p_2}$,

B-4 $p=p_0e^{-\mu gh/RT}$

B-5 $1.82\times10^6\mathrm{J}$

B-6 173°C

B-7 20cmHg

B-8 842mmHg

B-9 a) 1740°K; b) 5.8

C-1 a) $T_f=T_0$, $p_f=\frac{p_0}{2}$;

b) $T_f=\frac{T_0}{2^{\gamma-1}}$, $p_f=\frac{p_1}{2^{\gamma}}$

C-2 $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}h}=-\frac{\gamma-1}{\gamma}\ \frac{\mu g}{R}\approx-0.01°\cdot\mathrm{m}^{-1}$

C-3 $\omega^2=\left(\frac{p_0A}{L_0}+K\right)\cdot m^{-1}$

C-4 31%

第 二十九 章

A-3 $C_v=\frac{5}{2}R(\mathrm{mol})^{-1}$

B-1 a) $\frac{3}{2}R$; b) $\frac{5}{2}R$

B-2 地球 $h_{地}=8.8\mathrm{km}$，太阳 $h_{太}=113\mathrm{km}$

B-3 $P(h=0)=\frac{Nmg}{A}\ \frac{e^{mgL/KT}}{e^{mgL/KT}-1}$,

$P(h=L)=\frac{Nmg}{A}\ \frac{e^{mgL/KT}}{e^{mgL/KT}-1}$

B-4 a) $f=\frac{m_1}{m_1+m_2e^{-(m_1+m_2)gh/KT}}$;
b) $1-e^{-m_1/m_2}$

B-6 $F(E)\mathrm{d}E=A\sqrt{\frac{2E}{m^3}}\,e^{-E/kT}\mathrm{d}E$

B-7 a) $k=\frac{2N}{V^2}$; b) $\langle v\rangle=\frac{2V}{3}$;

$v_{rms}=\frac{V}{\sqrt{2}}$

B-8 a) 0.55; b) 0.06

B-9 $\frac{p_1}{p_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

B-10 a) $A\frac{n}{4}vf(v)dv$,

$f(v)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$;

b) $v_{rms}(e) = \sqrt{\frac{4kT}{m}}$,

$v_{rms}(0) = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

C-1 $\Delta\lambda \approx 0.012$Å

C-2 1.2×10^{5}K

C-3 $\approx 10^{-6}$

C-4 $F = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2\pi m}{kT}}$

(与所用近似有关)

C-5 1. a) $v' = -\frac{P}{(\gamma-1)\rho v} + \sqrt{\left(\frac{P}{(\gamma-1)\rho v} + v\right)^2 + \frac{2W}{\rho v A}}$;

b) $T' = \frac{T}{v} v'$; c) $F = \rho v A(v' - v)$

2. $F \approx 5.3\times10^{4}$N

第 三 十 章

A-1 a) 11600K; b) 1/40eV; c) 12400Å

A-2 $96520\text{J}\cdot(\text{mol})^{-1}$;

B-1 $\approx 100\%$

B-2 $\approx 10^{-6}$

C-3 $C_V = \frac{3N_0 k\left(\frac{\Delta E}{kT}\right)^2 e^{\Delta E/kT}}{(3+e^{\Delta E/kT})^2}$

第 三十一 章

A-2 1.8×10^{3}cm

B-1 $l \sim 10^{-7}$m, $\tau \sim 0.2\times10^{-9}$s

B-2 a) 11×10^{-4}mmHg; b) 1

B-3 $\mu = \frac{\mu_a \mu_b}{\mu_a + \mu_b}$

B-6 $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4}\frac{n_0 \bar{v} k \Delta T}{\gamma - 1}$,

$\frac{F}{A} = \frac{1}{4} n_0 \bar{v} m \Delta U$

C-1 $L = 56l$ ($= l\ln 2N$, 有 50% 的可能性)

C-4 a) $V_D = \frac{d^2}{lce}\frac{\sqrt{3mc^2kT}}{l}$;

b) $t_e \sim 4\times10^{-7}$s, 电子是必要的

$t_I \sim 8\times10^{[illegible]}$s

第 三十二 章

A-1 [illegible]

A-2 1/9J

A-3 H_e-热机

A-4 66%

B-1 a) $T_i = \frac{4(P+Mg/A)V_1}{NR}$,

$T_f = \frac{8(P+Mg/A)V_1}{NR}$;

b) $(P+Mg/A)V_1$;

c) $\frac{3}{2}(P+Mg/A)V_1$;

d) $\frac{5}{2}(P+Mg/A)V_1$

B-2 b) 101J; c) 1200K;

d) $\frac{2\gamma+1}{\gamma-1} nRT_0$;

e) $0.23\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)\text{JK}^{-1}$

B-3 a) 1.1×10^{3}J; b) 600K;

c) 6.8×10^{3}J; d) 9.1×10^{3}J;

e) 7%; f) 66%

B-4 b) 37.8JK^{-1}

B-5 a) $V_b = 8.8l$, $V_d = 12.3l$;

b) 1.25×10^{3}J; c) 0.95×10^{3}J;

d) 25%; e) 0.11JK^{-1}

B-6 $\gamma = 1.57$, $\Delta s = -1.4\text{cal}\cdot\text{K}^{-1}$

B-7 $\Delta W = P_0 V_0\left\{\frac{2^{\gamma-1}-1}{\gamma-1} - \ln 2\right\}$

B-9 日间: 10.9kW, 夜间: 21.6kW

B-10 b) $W = C_p(T_1 + T_2 - 2T_f)$

B-11 $11\times10^{3}\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$

C-1 a) $\dot{W} = \dot{N}R\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left[T_0 + T_A - T_0 P^{-(1-\frac{1}{\gamma})} - T_A P^{-(1-\frac{1}{\gamma})}\right]$;

b) $P_m = \left(\frac{T_0}{T_A}\right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$;

c) $\dot{W}_m = \dot{N}R\frac{\gamma}{(\gamma-1)}(\sqrt{T_0} - \sqrt{T_A})^2$;

d) $\varepsilon = 1 - \sqrt{\frac{T_A}{T_0}}$;

e) $\dot{V}_A = 2.8\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$;

f) $\varepsilon = 50\%$; g) $p_m = 11.3$

第 三十三 章

A-3 $C_v = \frac{16\sigma}{c} VT^3$

A-4 a) 0.85calK^{-1}; b) [illegible]

B-2 $-2.9\text{K}\cdot(\text{km})^{-1}$

B-3 $\frac{dz}{dt} = \frac{K}{L\rho}\left(\frac{\Delta T}{z}\right)$,

$z(t=1h) = 2.1$cm

B-4 1. a) $\sim 16\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$;

b) 0;

c) $\sim 16\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$;

2. 0, 0, 0

B-5 a) $(\Delta S)_T=\frac{16\sigma}{3c}T^3\Delta V$;

b) $(\Delta S)_V=\frac{16\sigma}{3c}V(T_2^3-T_1^3)$,

$$S(V,\ T)=S(V_0,\ T_0)+\frac{16}{3}\frac{\sigma}{c}\cdot(VT^3-V_0T_0^3)$$

B-6 122°C

B-7 $\approx 270\text{K}$

B-8 $f=1$

B-9 $T=T_0e^{-\frac{3A\sigma}{16R}t}$

B-10 a) $F=64$; b) 大一些

B-11 $F=4$

B-12 a) $1.95\times10^{-4}\text{J}\cdot\text{s}^{-1}$;

b) $0.06\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$

B-13 $p_G=1.7\times10^{16}\text{Nm}^{-2}$,

$p_R=7.2\times10^{12}\text{Nm}^{-2}$

C-4 $F=\frac{R^2}{R^2+r^2}$

第三十四章

A-1 $v\propto\sqrt{\frac{M}{\rho}}$

A-2 $\sqrt{\frac{1}{2}}$

A-3 0.77

A-4 99°C

B-2 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{\sigma}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

B-3 a) $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{T}{m}\frac{l}{x(l-x)}}$;

b) $y(t)=A\cos\sqrt{\frac{T}{m}\frac{l}{x(l-x)}}\,t$;

c) $\nu_{max}=\infty$, $\nu_{min}=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{T}{ml}}$

B-4 a) $p=p_0-\frac{\omega^2\xi_m}{k}\sin(\omega t-kx)$;

b) $K.E.=\frac{1}{4}\rho_0A\lambda\omega^2\xi_m^2$

B-5 a) $x_m=1.05\times10^{-2}\text{cm}$

b) $\delta T=2.18\times10^{-2}\text{K}$

C-1 2.95

C-3 a) $8.7\times10^{-7}\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$;

b) $2.6\times10^{-6}\text{m}$;

c) $1.1\times10^{-5}\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$

第三十五章

A-1 $v_{ph}=v_g=c$

A-3 $v_{ph}=39.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,

$v_g=19.7\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

A-4 6个模式

A-5 $u(x,\ y,\ t)=Ae^{i\omega t}\sin\frac{\pi}{a}x\sin\frac{\pi}{b}y$,

$$\omega=c\sqrt{\frac{\pi^2}{a^2}+\frac{\pi^2}{b^2}}$$

B-2 $v_g=\frac{1}{2}\left[v_{ph}+\frac{\frac{4\pi T}{\rho\lambda}}{v_{ph}}\right]$

B-3 a) $24.4\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$; b) $18.3\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$

B-4 $\lambda_{min}=1.7\text{cm}$, $\nu_{min}=13.6\text{s}^{-1}$

B-5 a) 1.6s^{-1}; b) 0.03s; c) $363\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

B-6 $\sim 10\text{s}^{-1}$

B-7 d) $\omega_0=\frac{7}{6}\frac{v}{a}\pi$

B-8 a) $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2x+k(x-y)/m_1=0$,

$\frac{d^2y}{dt^2}+\omega_0^2y+k(y-x)/m_2=0$;

b) $\omega_1^2=\omega_0^2$, $A/B=1$,

$\omega_2^2=\omega_0^2+k/m_1+k/m_2$,

$A/B=-\frac{m_2}{m_1}$

B-9 1) $\omega_1=\sqrt{g/l}$ $(x_1=x_2=x_3)$,

2) $\omega_2=\sqrt{\frac{g}{l}+\frac{k}{m}}$ $(x_1=-x_3,\ x_2=0)$,

3) $\omega_3=\sqrt{\frac{g}{l}+\frac{2k}{m}}\Big(x_1=x_3;$

$x_2=-\frac{(x_1+x_3)}{2}=-x_1\Big)$

B-10 $T_1=\frac{T_0}{\sqrt{2.62}}$, $T_2=\frac{T_0}{\sqrt{0.38}}$,

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$

B-11 $\omega_1=\sqrt{\frac{0.38k}{m}}$, $\omega_2=\sqrt{\frac{2.62k}{m}}$

B-12 $\omega_1=\sqrt{\frac{2k}{m}}$; $\omega_2=\sqrt{\frac{6k}{m}}$

C-1 $\frac{\sigma\omega^2A^2}{4}\lambda$

C-2　a) $\frac{\hbar^2}{2mL^2}$; b) $\frac{\hbar^2}{8mL^2}$; c) $\langle p\rangle=0$

第三十六章

B-2　a) $g(x)=\frac{1}{2}-\frac{4}{\pi^2}\left(\cos x+\frac{1}{9}\cos 3x+\frac{1}{25}\cos 5x+\cdots\right)$

B-4　$\frac{A_1}{A_0}=1$, $\frac{A_2}{A_0}=0$, $\frac{A_3}{A_0}=\frac{1}{9}$

B-5　$h(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\left(\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}\sin 3x+\cdots\right)$

B-6　a) $T=2L\sqrt{\frac{\sigma}{s}}$; b) $y\left(\frac{T}{2}\right)=-y(0)$

C-1　a) $\langle V(t)\rangle=\frac{2V_0}{\pi}$; b) $\frac{4}{15}\frac{V_0}{\pi}$

C-2　a) $V_{out}=\left(1+\frac{3}{4}\varepsilon\right)\sin x-\frac{\varepsilon}{4}\sin 3x$

目　录

第 一 卷

第 二 卷

第 三 卷